Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
«Педагогический колледж им. Калугина» г. Оренбурга

УТВЕРЖДЕНО
научно-методическим Советом колледжа
(протокол № 6 от 08.02.2017 г.)

КРАТКИЙ КУРС ЛЕКЦИЙ

ЕН.02 «НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

ЕН.00 «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ И ОБЩИЙ ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫЙ УЧЕБНЫЙ ЦИКЛ»

Составлен: Снимщиковой В.П. преподавателем высшей квалификационной категории по должности «преподаватель»

г. Оренбург, 2017

Снимщикова В.П.
Лекционный материал составлен для студентов отделения «Изобразительное искусство и черчение».

В лекциях изложены методы построения изображения пространственных геометрических форм на плоскости. Рассмотрены способы решения геометрических задач на проекционном чертеже.
Основные определения даны в общей форме, легко применяемой в любом частном случае. Использована символическая запись графических операций.

Автор – составитель *– Валентина Петровна Снимщикова, преподаватель высшей категории педколледжа*

Рецензент *– Дорошенко Светлана Николаевна, кандидат педагогических наук, заведующая отделением «Изобразительное искусство и черчение»*

© ГБПОУ Педколледж
г. Оренбурга, 2016.
© Снимщикова В.П. 2017

Содержание

1. Введение …….. 4

2. Тема 1.1. Проецирование точки и прямой. Взаимное положение прямых в пространстве…….. 4

3. Тема 1.2. Плоскость. Линии и точки плоскости. Взаимное положение прямых и плоскостей……..... 12

4. Тема 1.3. Преобразование проекций. Способ замены плоскостей…….. 21

5. Тема 2.1. Пересечение геометрических тел плоскостями и прямыми линиями…… 25

6. Тема 2.2. Пересечение поверхностей геометрических тел……... 31

Введение

Изображения, построенные по законам, изучаемым в начертательной геометрии, дают информацию о форме изображенных предметов и их взаимном расположении в пространстве, позволяют определить их размеры, исследовать геометрические свойства. Изучение начертательной геометрии способствует развитию пространственного воображения, необходимого учителю черчения для глубокого понимания технического чертежа и его построения.

Законы и выводы начертательной геометрии являются основой для выполнения технических чертежей.

В лекционном материале изложены только самые необходимые темы курса начертательной геометрии, не нарушая, однако, его целостности и логической последовательности. При решении некоторых задач для лучшего понимания учащимися последовательности построений чертежи строятся поэтапно.

Учитывая ту роль, которую играет начертательная геометрия в развитии пространственного воображения студентов и подготовке их к работе с чертежами, было уделено много внимания наглядности чертежей, определению на эпюре относительной видимости геометрических форм.

Лекция №1

Тема 1.1. Проецирование точки и прямой. Взаимное положение прямых в пространстве

Начертательная геометрия изучает методы точного изображения пространственных форм на плоскости, графические способы решения задач и геометрические свойства фигур.

Изучение начертательной геометрии развивает общее научное мышление человека, совершенствует его пространственное представление и развивается исходя из практических потребностей общества.

Посредством отображений начертательная геометрия позволяет исследовать геометрические свойства предметов, а законы начертательной геометрии являются основой для построения изображений на чертежах.

Отображением в геометрии называют соответствие любой точки К фигуры Ф любой точке К1 фигуры Ф1.

Чертежом называется плоское изображение пространственного предмета, построенное по законам начертательной геометрии с помощью чертёжных инструментов. Изображение предмета должно соответствовать отображению множеств, являющимся основным понятием математики.

Все задачи начертательной геометрии решаются в пространстве, поэтому очень важно правильно изображать прямую, плоскость и их сочетание.

Будем считать, что прямая и плоскость в пространстве бесконечны, и задавать прямую можно отрезком, а плоскость - ограниченным участком правильной или неправильной формы.

Способность пространственного представления приобретается не сразу, а вырабатывается в процессе основательного изучения теоретического материала, самостоятельного решения задач и анализа задач, решенных другими.

При прохождении курса черчения нельзя ограничиваться только копированием чертежей. Необходимо все построения мысленно представлять в пространстве, что дает возможность твердо усвоить предмет.

Методы проецирования

Метод проецирования заключается в том, что любая из множеств точек пространства может быть спроецирована с помощью проецирующих лучей на любую поверхность.

Проецированием называют процесс построения проекции предмета. (Предмет состоит из множества точек)

Проекция – это изображение предмета на плоскости.

Рассмотрим пример получения проекции.

Возьмем в пространстве произвольную точку А и какую – нибудь плоскость П1. Проведем через точку А прямую так, чтобы она пересекла плоскость П1 в некоторой точке А1. Тогда точка А1 будет проекцией точки А. Плоскость, на которой получается проекция называется плоскостью проекций.

1. Центральное проецирование – проецирующие лучи выходят из одной точки (центра). Размеры предмета на плоскости проекций искажаются (рис.1).

2. Параллельное проецирование – проецирующие лечи параллельны и составляют с плоскостью угол 90% (*прямоугольное проецирование* рис.2) и угол отличный от 90 % (*косоугольное проецирование* рис.3)

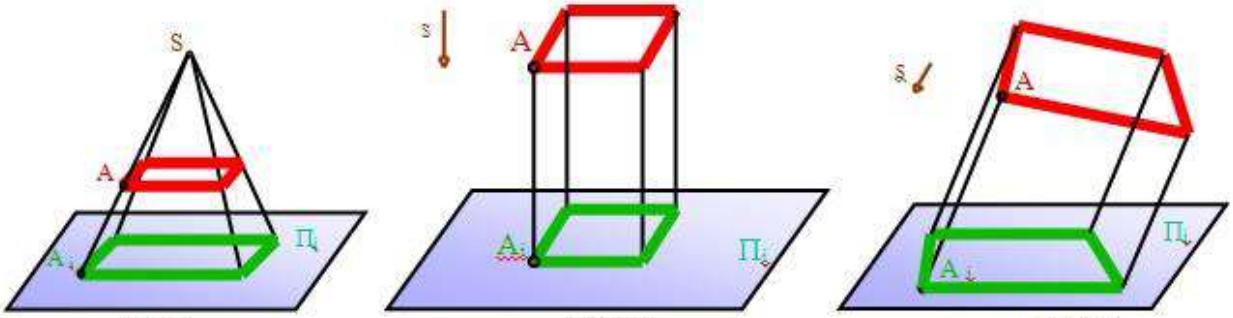


Рис.1 Рис.2 Рис.3

Координатами называют числа, которые служат для определения положения точки в пространстве.

Фронтальная и горизонтальная плоскости при пересечении образуют четыре двухгранных угла, их называют квадрантами или четвертями пространства.

Образование чертежа точки в системе двух и трех плоскостей проекций
Метод Монжа

Данный метод позволяет определить место каждой точки изображения относительно других точек.

Точку (предмет) помещают в систему двух взаимоперпендикулярных плоскостей, которые используются в качестве плоскостей проекций.

П1 – горизонтальная плоскость проекций;
П2 – фронтальная плоскость проекций;
x – ось проекций: x = П1 ∩ П2.

Плоскости проекций П1, П2 делят пространство на четыре части, называемые четвертями. Точка А находится в I четверти пространства. Проведя перпендикуляры к П1 (A Î s’ ⊥ П1 , A1 = s’ ∩ П1) и П2 (A Î s” ⊥ П2 , A2 = s” ∩ П2) , получаем проекции точки А (рис.4):

А1 – горизонтальная проекция точки А,
А2 – фронтальная проекция точки А.

Если даны проекции А1 и А2 некоторой точки А, то проведя перпендикуляры: через т.А1 к плоскости П1 (s’ ⊥ П1), а через т. А2 к П2 (s” ⊥ П2) , получим в пересечении этих прямых определенную точку А (s’ ∩ s” = А) (рис.5).

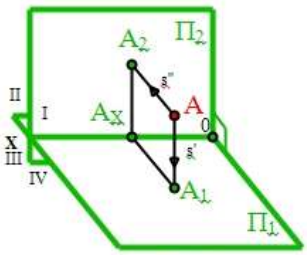


Рис.4

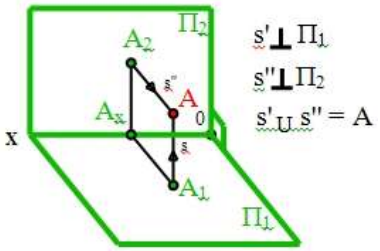


Рис.5

Вывод: Две проекции точки вполне определяют ее положение в пространстве относительно данной системы плоскостей проекций. Вращением вокруг оси Ох плоскость П1 совместим с плоскостью П2. При этом проекции А2 и А1 точки А расположатся на одном перпендикуляре к оси проекций – на линии связи.

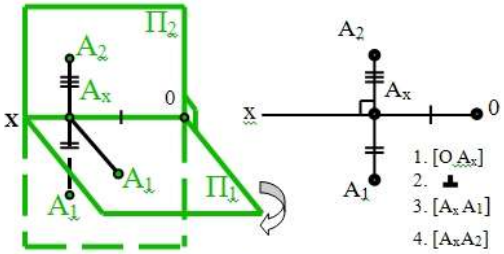


Рис.6

В результате указанного совмещения плоскостей П2 и П1 получается чертеж, известный под названием **эпюр Монжа** или двухкартинный чертеж, включающий две взаимосвязанные проекции — “картины”. Это чертеж в системе П1 , П2 или в системе двух прямоугольных проекций.

Известно, что чертежи сложных конструкций содержат не две, а большее число изображений – проекций. Рассмотрим введение в систему П1 , П2 еще одной плоскости проекций, перпендикулярной П1 и П2 (рис.7):

П3 – профильная плоскость проекций;
x = П1 ∩ П2 ; y = П1 ∩ П3 ; z = П2 ∩ П3 ; O = x ∩ y ∩ z.
Опустим перпендикуляр на плоскость П3 из точки А и получим:
А3 – профильную проекцию точки А (рис.8)

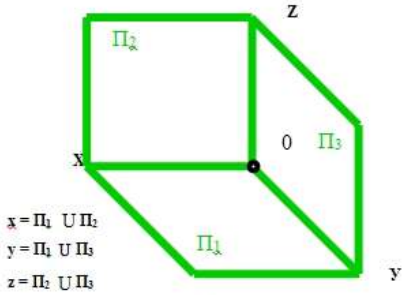


Рис.7

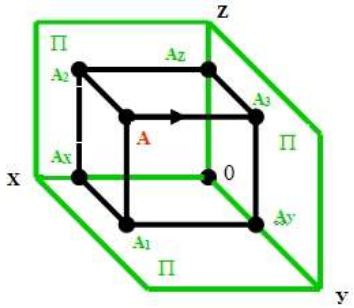


Рис.8

Для получения трехкартинного чертежа точки надо повернуть плоскость П1 вокруг оси x и плоскость П3 вокруг оси z до совмещения их с плоскостью П2 (рис.9).

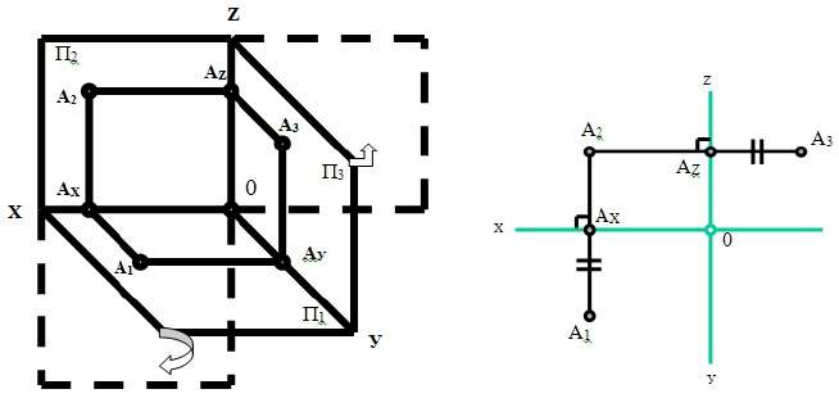
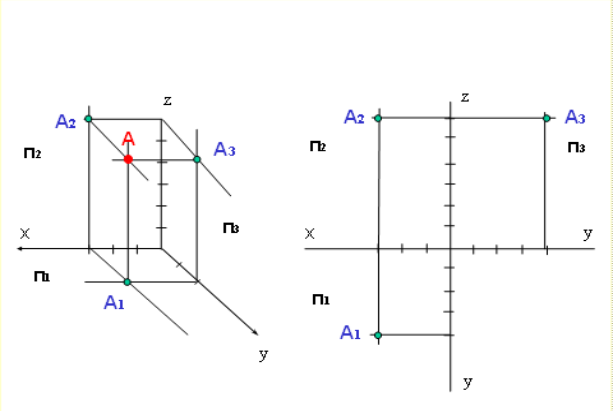


Рис.9

Выводы:

1. Каждая точка пространства характеризуется тремя координатами: A (x, y, z).
2. Каждая проекция точки на чертеже – двумя координатами: A1 (x, y); A2 (x, z); A3 (y, z).
3. Две проекции точки однозначно определяют ее положение в пространстве.

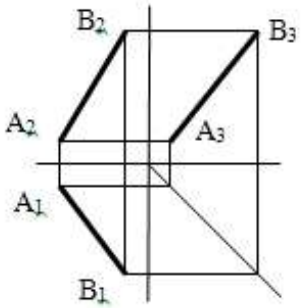
• *Задача:* Построить комплексный чертеж точки A (15;20;30)



Прямая. Положение прямой в пространстве. Следы прямой

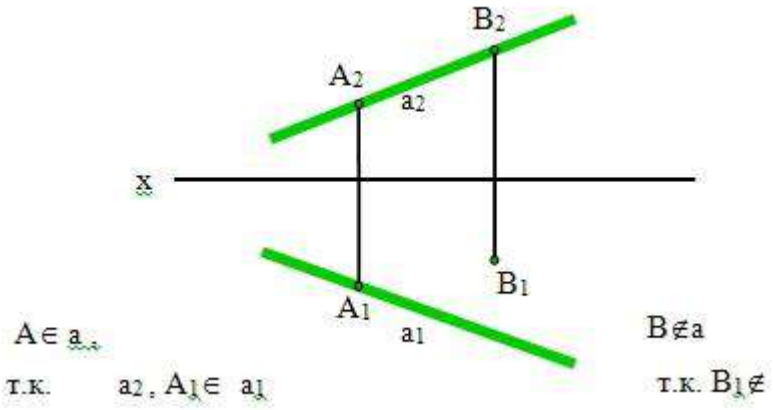
Проекция прямой – всегда прямая.

Прямая, наклонная ко всем плоскостям проекций, называется прямой общего положения. Чтобы получить прямую линию, достаточно спроецировать две ее точки.



Точка на прямой

Правило: Точка принадлежит прямой, если ее проекция принадлежит проекции этой прямой



Прямой частного положения называется прямая, которая параллельна хотя бы одной из плоскостей проекций.

Частные положения прямых в системе трех плоскостей проекций можно разбить на три группы: прямые, параллельные двум плоскостям проекций и перпендикулярные к третьей; параллельны одной плоскости проекций, а к двум другим – наклонны; лежащие в плоскости проекций.

Прямые, параллельные одной плоскости проекций и наклонные к двум другим, называют прямыми уровня.

Прямые, перпендикулярные к плоскостям проекций, называют проецирующими прямыми.

1. Прямая АВ не параллельна и не перпендикулярна ни одной плоскости проекций – прямая общего положения (рис.а);

2. Прямая АВ параллельна горизонтальной плоскости П1 – горизонтальная прямая уровня (горизонталь) (рис.б);

3. Прямая АВ параллельна фронтальной плоскости П2 – фронтальная прямая уровня (фронталь) (рис.в);

4. Прямая АВ параллельна профильной плоскости П3 – профильная прямая уровня (рис.г);

5. Прямая АВ перпендикулярна горизонтальной плоскости П1 – горизонтально-проецирующая прямая (рис.д);

6. Прямая АВ перпендикулярна фронтальной плоскости П2 – фронтально-проецирующая прямая (рис.е);

7. Прямая АВ перпендикулярна профильной плоскости П3 – профильно-проецирующая прямая (рис.ж).

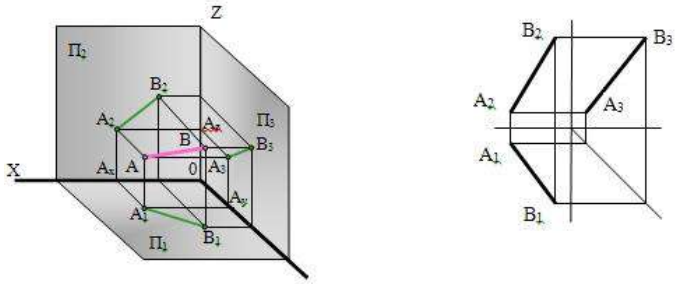


рис. а

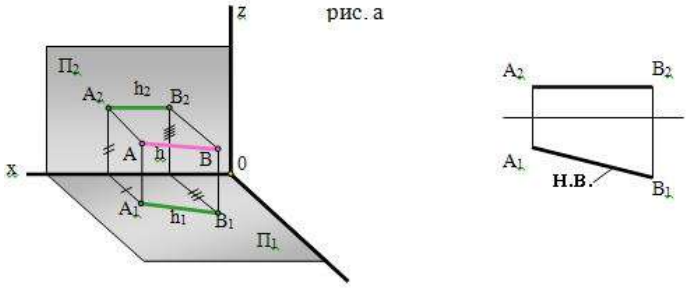


рис. б

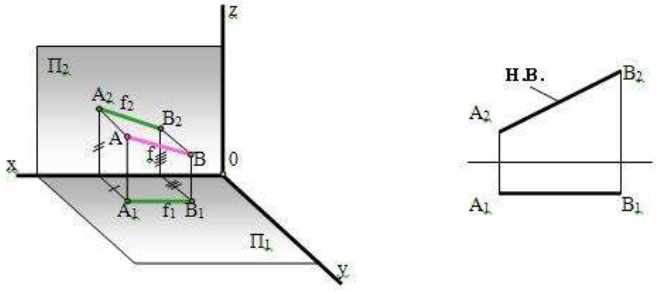


рис. в

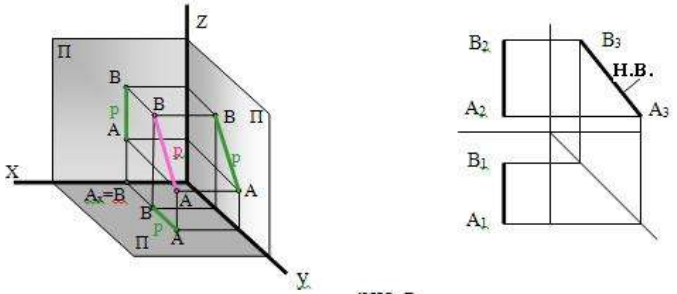


рис. г

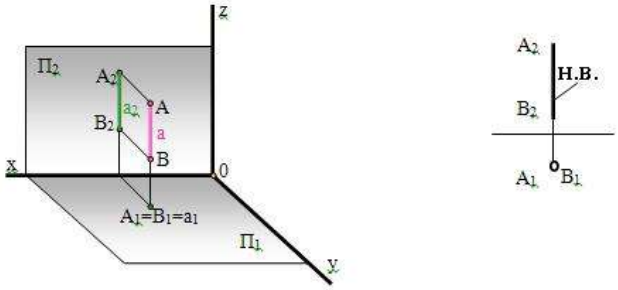


рис. д

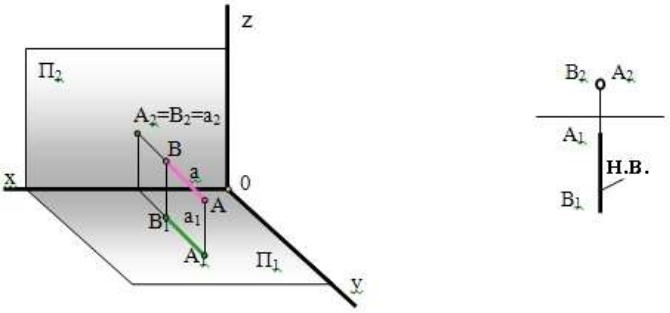


рис. е

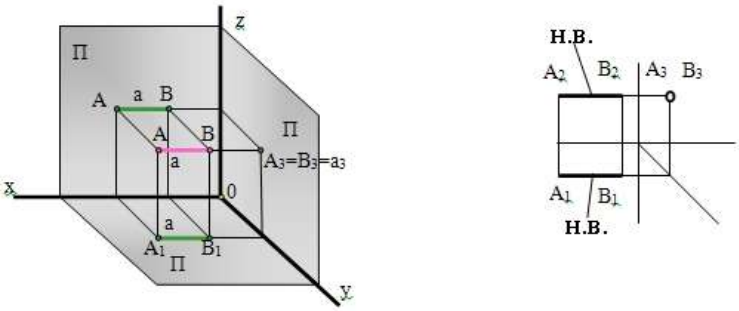
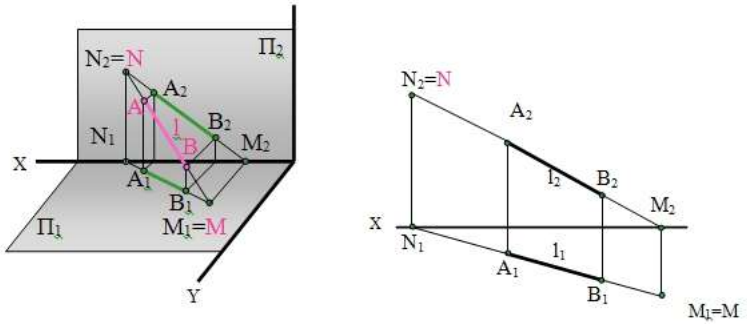


рис.ж

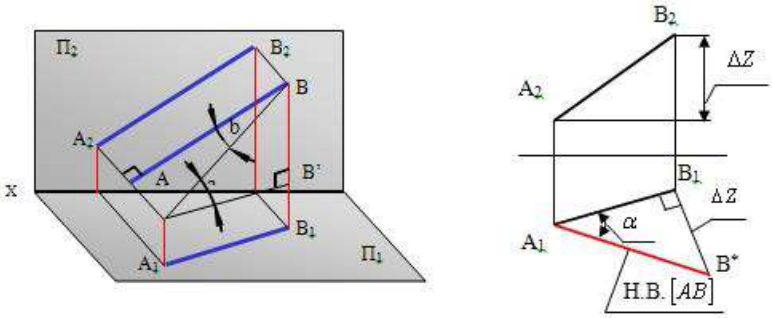
Следы прямой

Чтобы найти горизонтальный (фронтальный) след прямой, необходимо фронтальную (горизонтальную) проекцию продлить до пересечения с осью проекций и из полученной точки восставить перпендикуляр до пересечения с продолжением горизонтальной (фронтальной) проекции прямой.



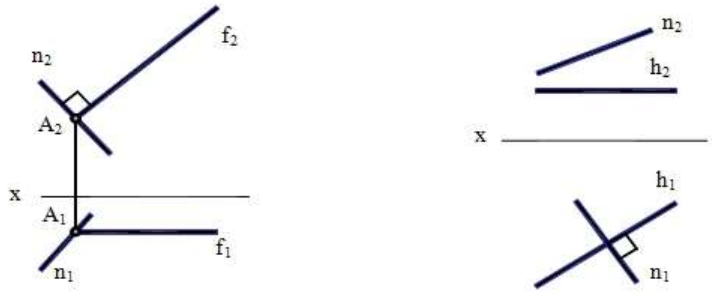
Натуральная длина отрезка

Натуральная длина отрезка равна гипотенузе прямоугольного треугольника, один катет которого равен одной из проекций отрезка, а другой – разности расстояний концов второй проекции от оси проекций.



Проекция прямого угла

Правило: Прямой угол проецируется на плоскость проекций в натуральную величину, если одна из его сторон параллельна этой плоскости, а другая не перпендикулярна к ней.



$n \perp f$ т.к. $n_2 \perp f_2$
f_2 – натуральная величина f

$n \perp h$ т.к. $n_1 \perp h_1$
h_1 – натуральная величина h

Взаимное положение прямых в пространстве

Рассмотрим три положения прямых в пространств: пересекающиеся, параллельные между собой, скрещивающиеся.

Пересекающиеся прямые – это прямые, лежащие в одной плоскости и имеющие одну точку пересечения (рис. а).

Линии, пересекающиеся в пространстве, проецируются в виде пересекающихся проекций, причем проекции точки пересечения K^1 и K^2 будут лежать на одной линии связи, перпендикулярной к оси проекций.

Если одна из прямых параллельна какой – либо плоскости проекций, то для определения положения прямых в пространстве необходимо найти третью проекцию. В этом случае все три проекции точки пересечения должны лежать на линиях связи, перпендикулярных к оси проекций.

Параллельные прямые – это прямые, лежащие в одной плоскости и никогда не пересекающиеся, сколько бы их не продолжали. (рис.б).

Параллельные прямые имеют параллельные проекции, т.к. две плоскости, параллельные между собой и пересеченные третьей плоскостью, перпендикулярной к ним пересекутся по двум параллельным прямым.

Скрещивающиеся прямые - это прямые не параллельные и не пересекающиеся между собой, т.е. эти прямые не имеют общей точки и не лежат в одной плоскости (рис. в).

На чертеже две скрещивающиеся прямые выразятся двумя прямыми, не имеющими общих точек, т.е. точек, проекции которых лежали бы на одной линии связи.

Точки у которых совпадают горизонтальные или фронтальные проекции, а другие проекции не совпадают, называются конкурирующими.

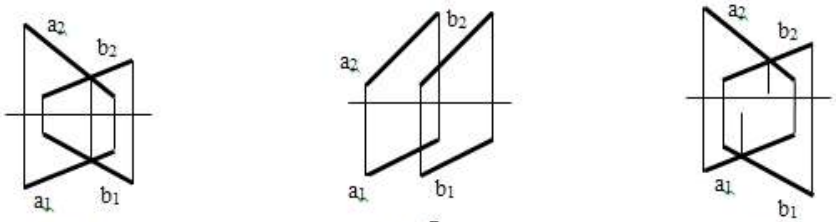


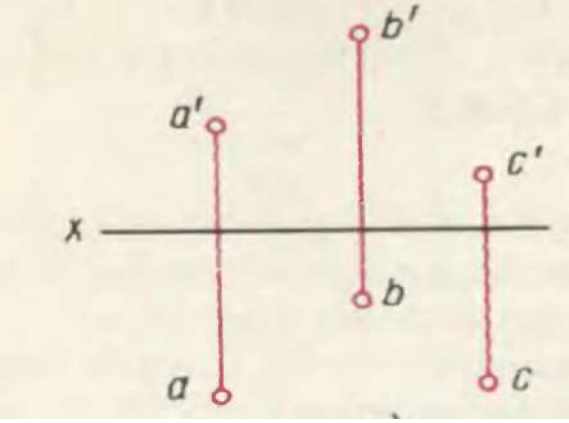
рис.а рис.б рис.в

Лекция №2

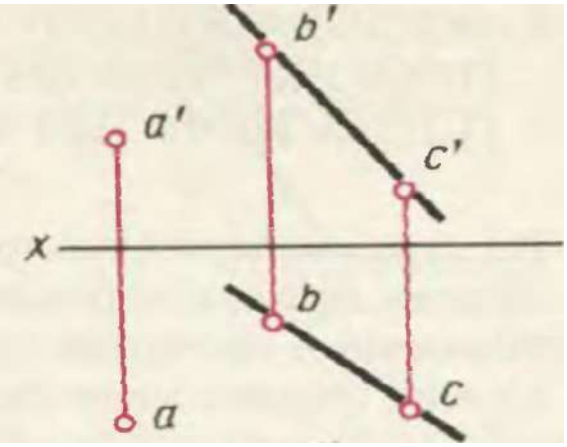
Тема 1.2. Плоскость. Линии и точки плоскости. Взаимное положение прямых и плоскостей

Проецирование элементов, определяющих плоскость

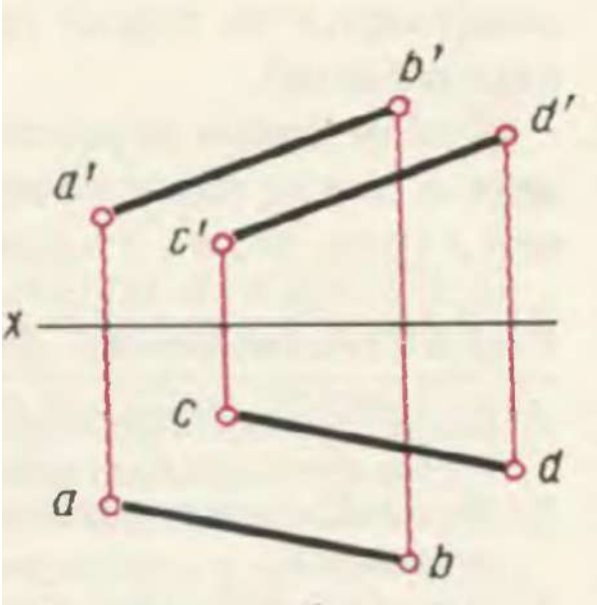
а) Проекциями трех точек, не лежащих на одной прямой в пространстве



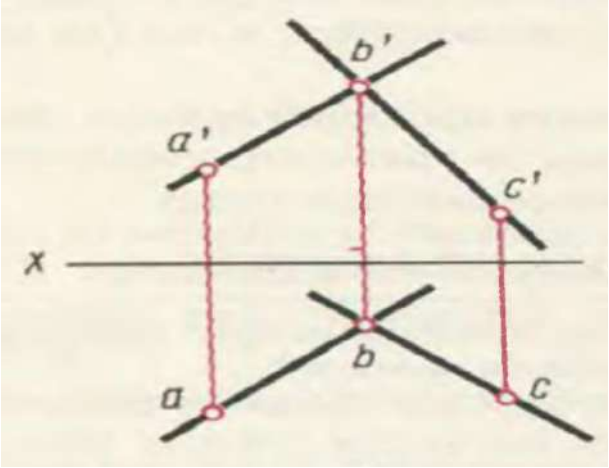
б) Проекциями прямой и точки, не лежащей на данной прямой



в) Проекциями двух параллельных прямых

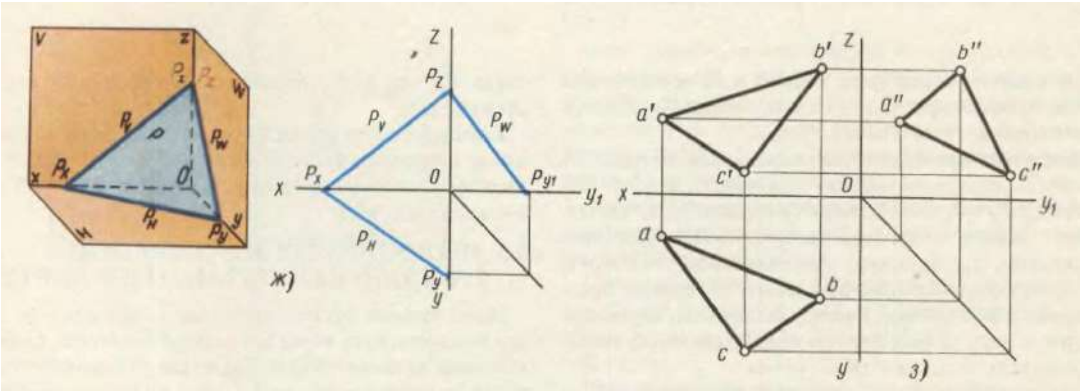


г) Проекциями двух пересекающихся прямых



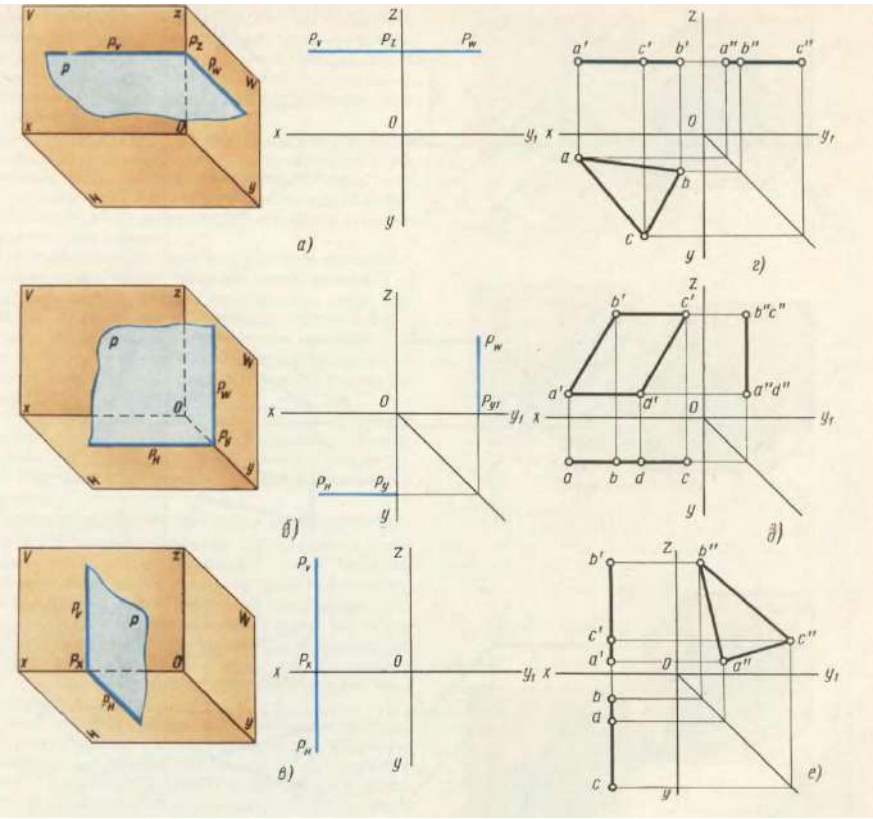
д) Любой плоской фигурой.

Плоскостью общего положения будем называть плоскость, которая не параллельна и не перпендикулярна ни одной из плоскостей проекций.

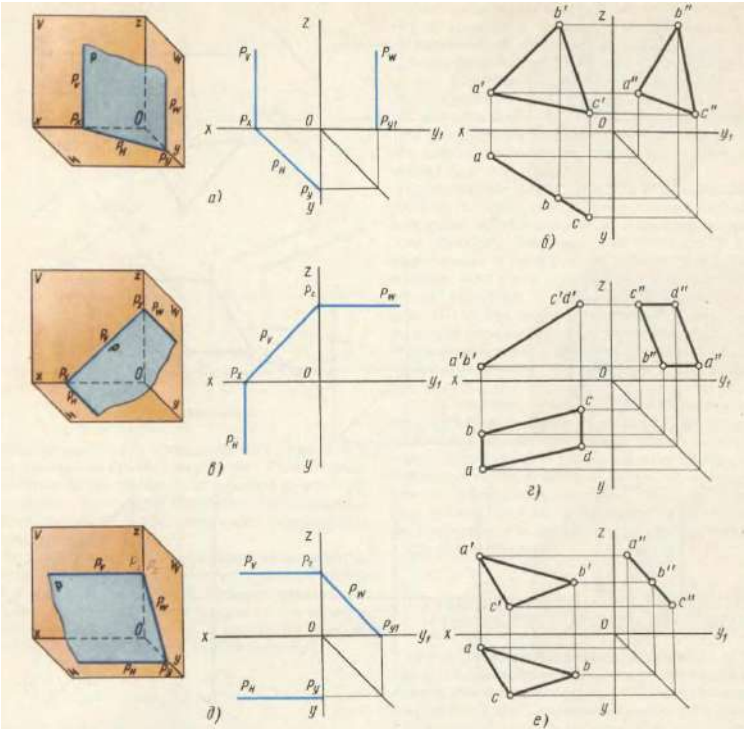


Плоскостью частного положения будем называть плоскость, которая параллельна или перпендикулярна хотя бы одной из плоскостей проекций. В системе трех плоскостей проекций они делятся на две группы.

К первой группе относятся плоскости, перпендикулярные к двум плоскостям проекций и параллельные одной из них, - это плоскости дважды проецирующие, или плоскости уровня.



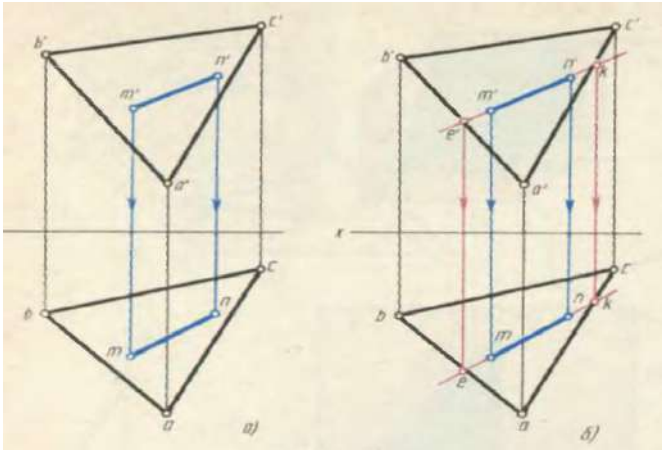
Ко второй группе относятся плоскости, перпендикулярные одной плоскости проекций и наклонные к двум другим. Такие плоскости называются проецирующими.



Линия в плоскости

Если две точки прямой принадлежат плоскости, то и все точки данной прямой будут лежать в этой плоскости.

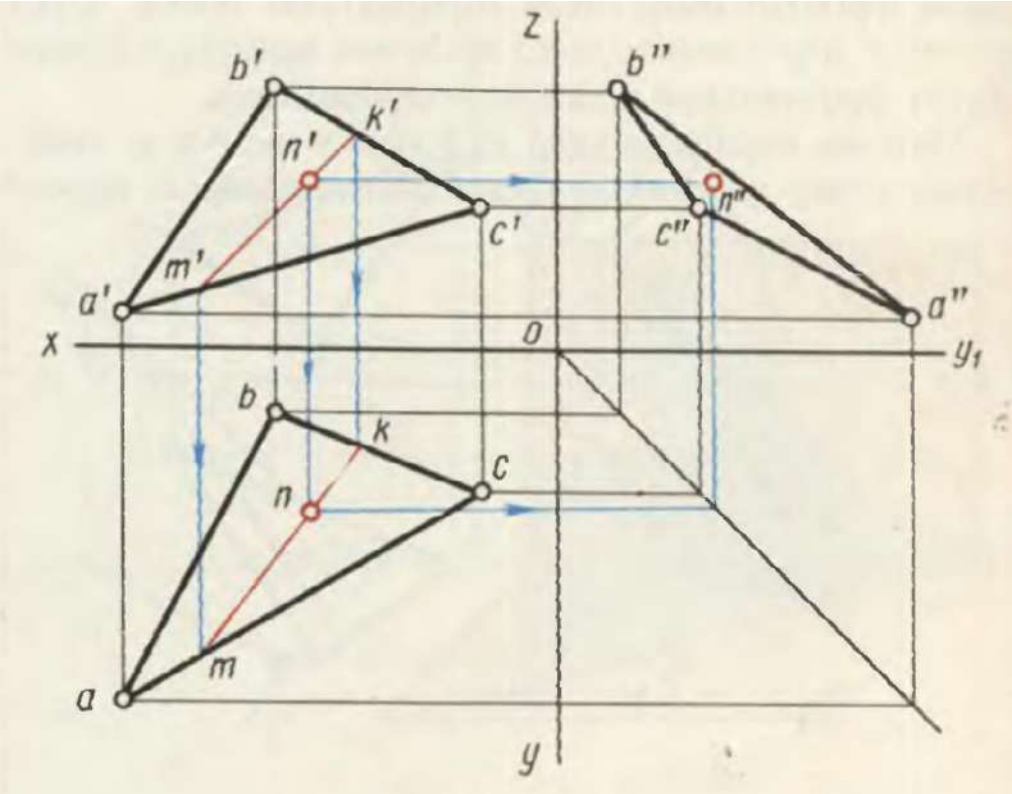
Для того, чтобы начертить прямую, лежащую в плоскости, достаточно найти две общие точки.



Точка в плоскости

Если точка лежит в плоскости, она должна принадлежать прямой, лежащей в этой плоскости.

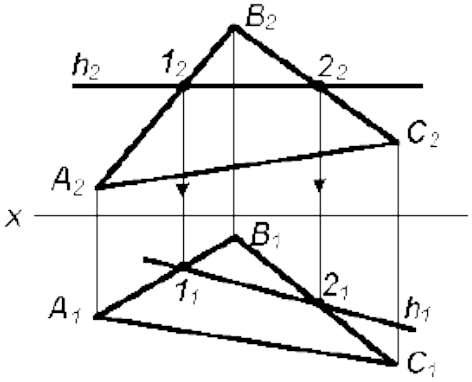
На чертеже показана точка N, принадлежащая плоскости ABC, так как она лежит на прямой MK, лежащей в плоскости.



Главные линии плоскости

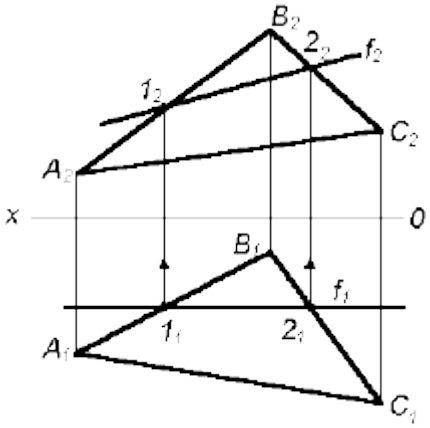
Горизонталь h – прямая, лежащая в плоскости параллельно горизонтальной плоскости проекций.

Фронтальная проекция горизонтали в плоскости общего положения параллельна оси проекций OX, во фронтально проецирующей плоскости вырождается в точку.



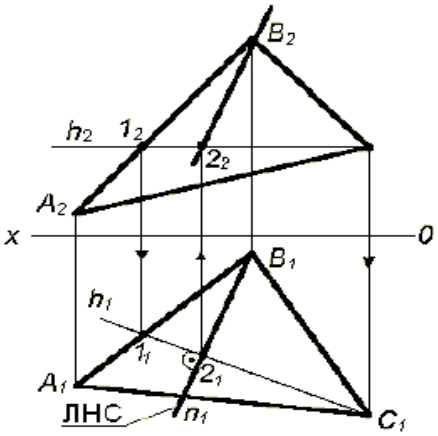
Фронталь f – прямая, лежащая в плоскости параллельно фронтальной плоскости проекций.

Горизонтальная проекция фронтали в плоскости общего положения параллельна оси проекций OX, а в горизонтально проецирующей плоскости она проецируется в точку.



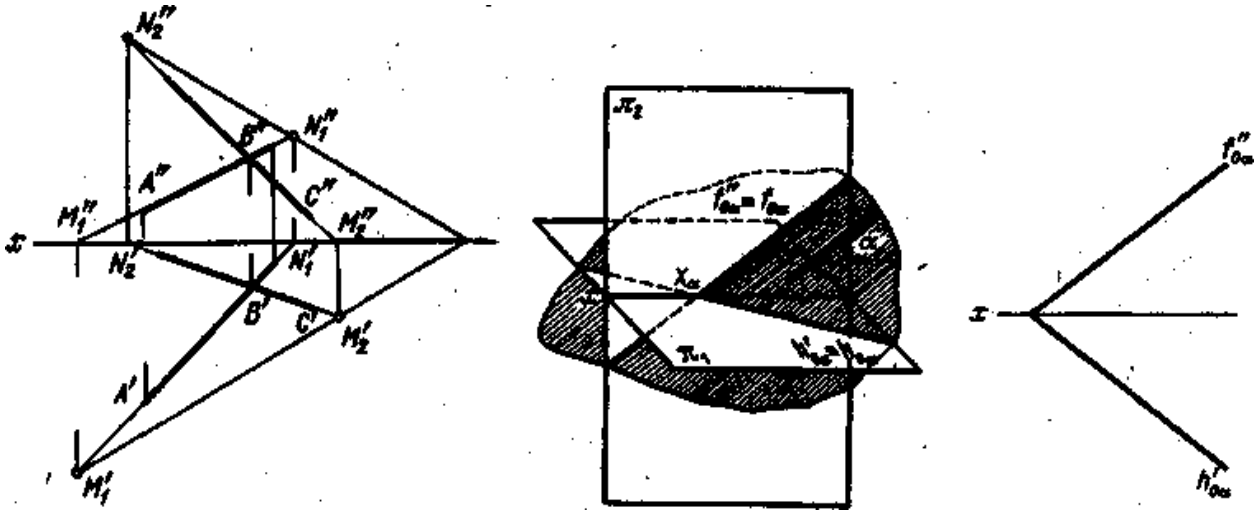
Линия наибольшего ската p – прямая, лежащая в плоскости перпендикулярно горизонталям этой плоскости. На чертеже горизонтальная проекция линии наибольшего ската перпендикулярна горизонтальным проекциям горизонталей.

Линия ската применяется для определения угла наклона плоскости к горизонтальной плоскости проекций.



Следы плоскости

Линии пересечения плоскости с плоскостями проекций называются следами плоскости (горизонтальный, фронтальный и профильный следы плоскости). Точки пересечения следов плоскости, лежащие на соответствующих осях, называются точками схода следов.

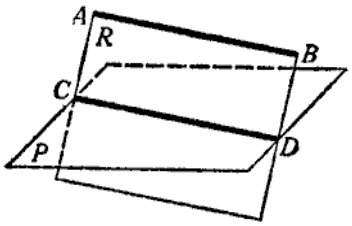


На рисунке плоскость задана двумя пересекающимися прямыми АВ и ВС, чтобы построить следы плоскости, надо построить следы прямых на горизонтальной и фронтальной плоскостях проекций, и полученные точки соединить.

Взаимное положение прямых и плоскостей

а) Прямая параллельная плоскости

Если прямая АВ параллельна прямой, лежащей в некоторой плоскости, то она параллельна этой плоскости.

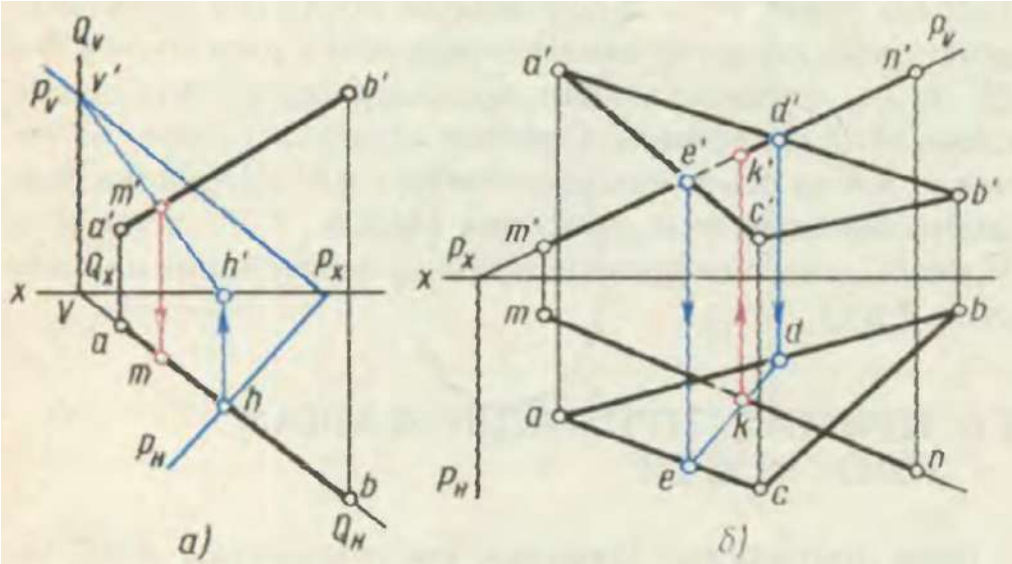


Черт. 5.

Проведём через АВ и CD плоскость R и предположим, что прямая АВ где-нибудь пересекается с плоскостью Р. Тогда точка пересечения, находясь на прямой АВ, должна принадлежать также и плоскости R, на которой лежит прямая АВ, в то же время точка пересечения, конечно, должна принадлежать и плоскости Р. Значит, точка пересечения, находясь одновременно и на плоскости R и на плоскости Р, должна лежать на прямой CD, по которой пересекаются эти плоскости; следовательно прямая АВ пересекается с прямой CD. Но это невозможно, так как по условию АВ||CD, значит, нельзя допустить, чтобы прямая АВ пересекалась с плоскостью Р, и потому АВ||Р.

б) Пересечение прямой с плоскостью

Если прямая не параллельна плоскости, то она пересекает ее под тем или иным углом.



Если прямая АВ пересекается с плоскостью Р, то на комплексном чертеже точка их пересечения определяется следующим образом.

Через прямую АВ проводят любую вспомогательную плоскость Q. Для упрощения построений плоскость Q обычно берется проецирующей (рис а). Через горизонтальную проекцию аб прямой АВ проводят горизонтальный след Q_H плоскости Q и продолжают его до пересечения с осью х в точке Q_x. Из точки Q_x к оси х восставляют перпендикуляр Q_xQ_v, который будет фронтальным следом Q_v вспомогательной плоскости Q.

Вспомогательная плоскость Q пересекает данную плоскость Р по прямой VH, следы которой лежат на пересечении следов плоскостей Р и Q. Заметив точки пересечения следов P_v и Q_v - точку v^1 и следов P_H и Q_H - точку h, опускают из этих точек на ось х перпендикуляры, основания которых v^1 и h^1 - будут вторыми проекциями следов прямой VH. Соединяя точки v^1 и h^1, v и h, получают фронтальную и горизонтальную проекции линии пересечения плоскостей.

Точка пересечения М заданной прямой АВ и найденной прямой VH и будет искомой точкой пересечения прямой АВ с плоскостью Р. Фронтальная проекция m^1 этой точки расположена на пересечении проекций a^1 b^1 и v^1 h^1. Горизонтальную проекцию m точки М находят, проводя вертикальную линию связи из точки m^1 до пересечения с *а*б.

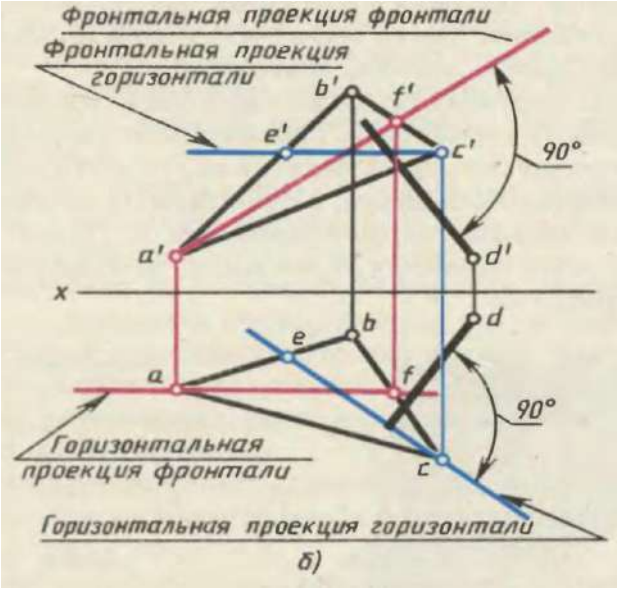
Если плоскость задана не следами, а плоской фигурой, например, треугольником (рис б), то точку пересечения прямой MN с плоскостью треугольника АВС находят следующим образом.

Через прямую MN проводят вспомогательную фронтально - проецирующую плоскость Р. Для этого через точки m^1 и n^1 проводят фронтальный след плоскости $P_У$ продолжают его до оси х и из точки пересечения следа плоскости $P_У$ с осью х опускают перпендикуляр P_H, который будет горизонтальным следом плоскости Р.

Затем находят линию ED пересечения плоскости Р с плоскостью данного треугольника АВС. Фронтальная проекция e^1 d^1 линии ED совпадает с m^1 n^1. Горизонтальную проекцию ed находят, проводя вертикальные линии связи из точек e^1 и d^1 до встречи с проекциями *а*b и ас сторон треугольника АВС. Точки е и d соединяют прямой. На пересечении горизонтальной проекции ed линии ED с горизонтальной проекцией mn прямой MN находят горизонтальную проекцию k искомой точки К. Проведя из точки k вертикальную линию связи, находят фронтальную проекцию k^1. Точка К - искомая точка пересечения прямой МК с плоскостью треугольника АВС.

в) Прямая, перпендикулярная плоскости

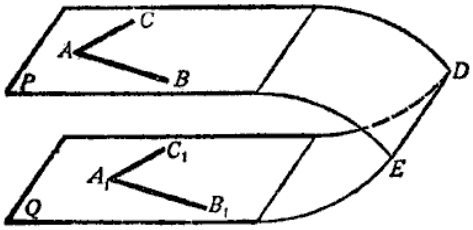
Для того, чтобы прямая была перпендикулярна плоскости, она должна быть перпендикулярна по крайней мере двум прямым, лежащим в плоскоти и не параллельным друг другу.



Взаимное положение плоскостей

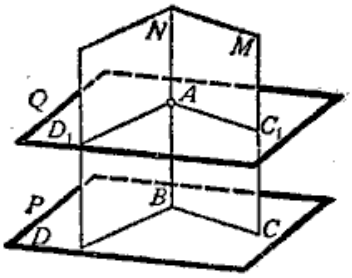
а) Параллельные плоскости

Плоскости будут параллельными, если две пересекающиеся прямые AB и AC одной плоскости соответственно параллельныдвум пересекающимся прямым A_1B_1 и A_1C_1 другой плоскости.



Черт. 8.

Через данную точку (А, черт. 12) *провести плоскость, параллельную данной плоскости* (Р), *не проходящей через точку* А.



Черт. 12

Проводим на плоскости P через какую-либо точку B две какие-либо прямые BC и BD. Построим две вспомогательные плоскости: плоскость M—через точку A и прямую BC и плоскость N—через точку A и прямую BD. Искомая плоскость, параллельная плоскости P, должна пересечь плоскость M по прямой, параллельной BC, а плоскость N — по прямой, параллельной BD.

Отсюда вытекает такое построение: через точку A проводим в плоскости M прямую $AC_1 \| BC$, а в плоскости N прямую $AD_1 \| BD$.

Через прямые AC_1 и AD_1 проводим плоскость Q. Она и будет искомой. В самом деле, стороны угла D_1AC_1 расположенного в плоскости Q параллельны сторонам угла DBC, расположенного в плоскости P. Следовательно, Q|| P.

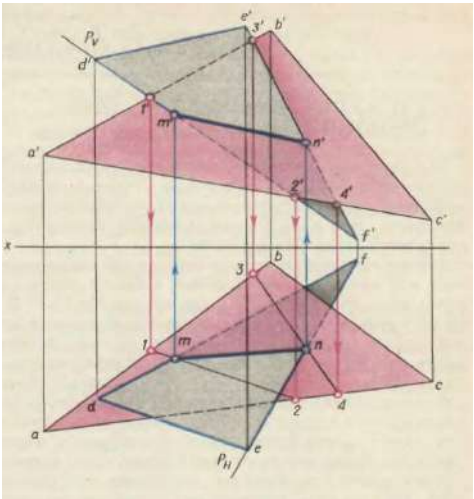
Так как в плоскости M через точку A можно провести лишь одну прямую, параллельную BC, а в плоскости N через точку A лишь одну прямую, параллельную BD, то задача имеет единственное решение. Следовательно, через каждую точку пространства можно провести единственную плоскость, параллельную данной плоскости.

б) Пересекающиеся плоскости

На рисунке показано построение линии пересечения плоскостей, заданных треугольниками ABC и DEF. Прямая MN построена по найденным точкам пересечения *DF* и *EF* треугольника *DEF* с плоскостью треугольника *ABC*.

Например, чтобы найти точку *M*, через прямую *DF* проводят фронтально - проецирующую плоскость *P*, которая пересекается с плоскостью треугольника *ABC* по прямой *12*. Через полученные точки 1^1 и 2^1 проводят вертикальные линии связи до пересечения их с горизонтальными проекциями *ав* и *ас* сторон треугольника *ABC* в точках *1* и *2*. На пересечении горизонтальных проекций *df* и *12* получают горизонтальную проекцию *m* искомой точки *M*, которая будет точкой пересечения прямой *DF* с плоскостью *ABC*. Затем находят фронтальную проекцию m^1 точки *M*. Точку *N* пересечения прямой *EF* с плоскостью *ABC* находят так же, как и точку *M*.

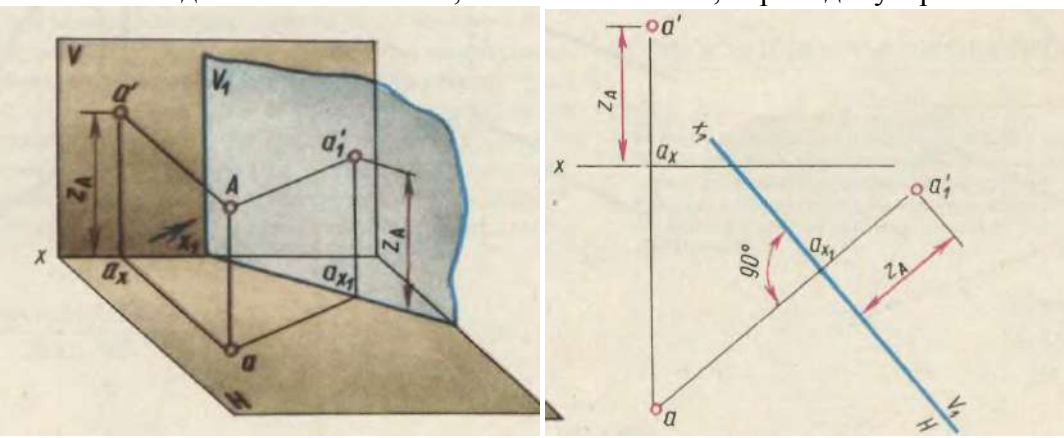
Соединив попарно точки m^1 и n^1, *m* и *n*, получают проекции линий пересечения *MN* плоскостей *ABC* и *DEF*



Лекция №3

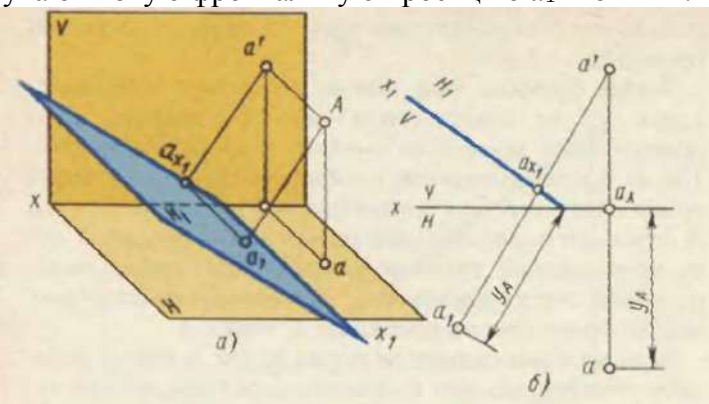
Тема 1.3. Преобразование проекций. Способ замены плоскостей

Способ замены плоскостей заключается в том, что одна из плоскостей проекций заменяется новой, на которую проецируется данная точка, отрезок прямой линии или фигура. Например, фронтальная плоскость проекций *V* заменяется новой V^1, причем плоскость V^1 должна быть так же, как и плоскость *V*, перпендикулярна к плоскости *H*.



На наглядном изображении видно, что при замене фронтальной плоскости проекций на новую расстояние от новой фронтальной проекции $a^1{}_1$ точки А до новой оси x_1 равно расстоянию от фронтальной проекции a^1 точки *A* до оси проекции *x*, т.е. координате z_A. Это правило надо запомнить.

Таким образом, при замене плоскости *V* на плоскость V_1 на комплексном чертеже надо провести новую ось проекций x_1, а затем построить новую фронтальную проекцию точки. Для этого из горизонтальной проекции *a* точки *A* опускают перпендикуляр на новую ось проекций x_1 и на продолжении этого перпендикуляра откладывают от новой оси координату z_A. В результате получают новую фронтальную проекцию $a_1{}^1$ точки *A*.

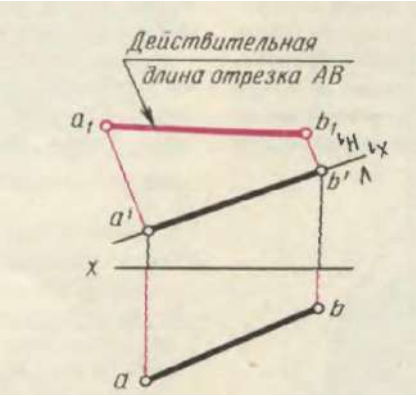


Если на комплексном чертеже точки *A* нужно заменить горизонтальную плоскость проекций, то для нахождения новой горизонтальной проекции a_1 точки *A* надо из фронтальной проекции a^1 опустить на новую ось x_1 перпендикуляр и на его продолжении отложить координату y_A точки *A*.

Определим способом замены плоскостей проекций действительную длину отрезка *AB*. В этом случае новая плоскость должна быть выбрана так, чтобы она была параллельна отрезку *AB,* т.е. отрезок *AB* по отношению к новой плоскости проекций должен быть или фронталью (при замене плоскости *V* на плоскость V_1), или горизонталью (при замене плоскости *H* на плоскость H_1).

Решим эту задачу двумя вариантами.

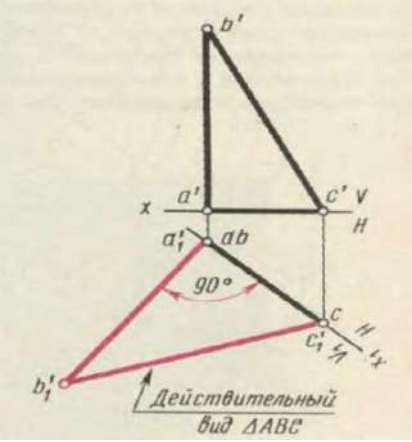
Первый вариант



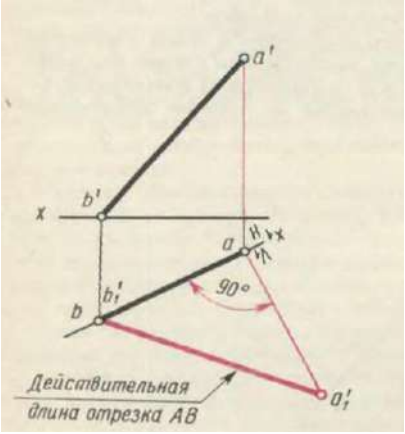
Заменим плоскость V на плоскость V_1. Для упрощения ось x_1 может совпадать с горизонтальной проекцией ab отрезка прямой. Координата z_B точки B равна нулю (так как точка B расположена на плоскости H), поэтому новая фронтальная проекция b_1^1 совпадает с прежней горизонтальной проекцией b

Новая фронтальная проекция a_1^1 точки A находится на перпендикуляре, восстановленной к новой оси проекций x_1. Отрезок a_1^1a, отложенный на этом перпендикуляре, равен расстоянию от прежней фронтальной проекции a^1 точки A до прежней оси x или координате z_A точки A. Соединив точки a_1^1 и $б_1^1$, получим действительную длину отрезка AB.

Второй вариант.



Заменим плоскость H новой горизонтальной плоскостью проекций H_1. Новую ось проекций x_1 проведем через фронтальную проекцию отрезка $a_1^1б_1^1$. Координату y_A откладываем на перпендикуляре к новой оси x_1 от точки a^1, а координату y_B - от точки $б^1$. Отложив эти координаты, получаем новые горизонтальные проекции a_1 и $б_1$ точек A и B. Соединив точки a_1 и $б_1$ на новой горизонтальной плоскости проекций H_1, получим действительную длину отрезка AB.



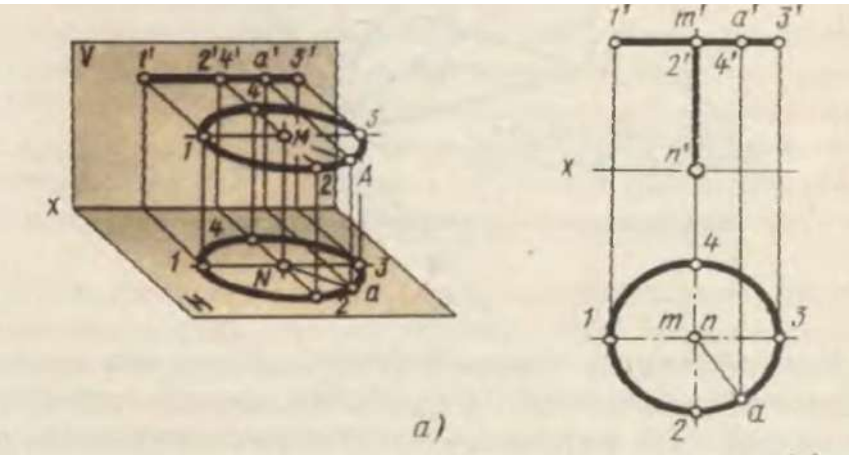
Натуральную величину плоской фигуры также можно найти способом замены плоскостей проекций.

Дан горизонтально проецирующий треугольник ABC. Чтобы определить натуральную величину треугольника, заменим фронтальную плоскость проекций V на новую плоскость V_1 так, чтобы новая ось проекций x_1 совпадала с горизонтальной проекцией $абс$ треугольника. В этом случае новые фронтальные проекции a_1^1 и c_1^1 совпадут с горизонтальными проекциями a и c вершин треугольника.

Для определения натуральной величины треугольника остается найти только одну новую фронтальную проекцию третьей точки - вершины B. Для этого из прежней горизонтальной проекции $б$ точки B восставить перпендикуляр к новой оси проекций x_1 и от нее отложить координату z_B. Соединив точку $б_1^1$ с точками a_1^1 и c_1^1 прямыми линиями, получим натуральную величину треугольника ABC.

Способ вращения

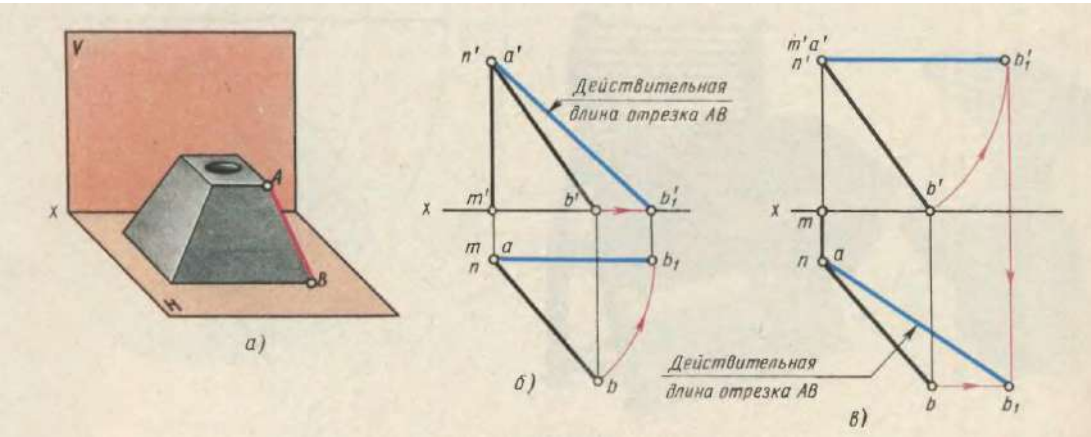
Сущность способа вращения заключается в том, что заданные точка, линия или плоская фигура вращаются вокруг оси, перпендикулярной одной из плоскостей проекций, до требуемого положения относительно какой - либо плоскости проекций. Если вращается фигура или тело, то каждая их точка будет перемещаться по окружности.



Рассмотрим вращение точки *А*. Пусть ось вращения *MN* будет перпендикулярна к плоскости *Н*. При вращении вокруг оси *MN* точка *А* перемещается по окружности, лежащей в плоскости, перпендикулярной к оси вращения. Точка пересечения этой плоскости с осью называется центром вращения.

Так как окружность, по которой движется точка *А*, расположена в плоскости, параллельной плоскости *Н*, то горизонтальная проекция этой окружности является ее действительным размером, а фронтальная проекция - отрезком прямой, параллельной оси *x*. Длина этого отрезка равна диаметру окружности, лежащей в плоскости вращения.

Как определить способом вращения натуральную величину отрезка *АВ* прямой общего положения?



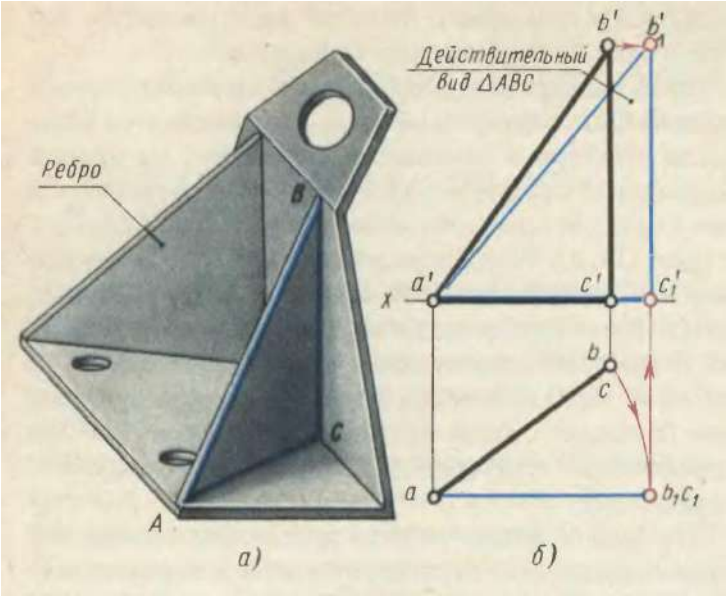
Через конец отрезка *А* (рис. *б)* проводят ось вращения *MN* перпендикулярно плоскости *Н*. Относительно этой оси вращается конец отрезка - точка *В*. Чтобы получит на комплексном чертеже натуральную длину отрезка, надо повернуть его так, чтобы он был параллелен плоскости *V*.

После вращения горизонтальная проекция отрезка должна быть параллельна оси *x*, поэтому на этой плоскости проекций и начинается построение. Из точки *а* радиусом *аб* описывают дугу окружности до пересечения с прямой, проведенной из точки *а* параллельно оси *x*. Точка пересечения $б_1$ - новая горизонтальная проекция точки *В*. Фронтальную проекцию $б_1^1$ точки *В* находят, проводя вертикальную линию связи из точки $б_1$ до

пересечения с прямой, проведенной из точки $б^1$ параллельно оси x. Соединив точки $б_1{}^1$ и a^1, на плоскости V получают действительную длину $a^1б_1{}^1$ отрезка AB.

Эту задачу можно решить вращением отрезка AB относительно оси, перпендикулярной к плоскости V (рис. *в*).

Способом вращения можно определить натуральную величину фигуры. На рис. *а* изображена стойка поддерживающего ролика ленточного конвейера. Требуется определить натуральную величину ребра стойки ролика - прямоугольного треугольника ABC.



Как видно из рисунка, плоскость треугольника горизонтально - проецирующая, поэтому натуральную величину треугольника можно получить на плоскости V вращением этого треугольника вокруг вертикальной оси до тех пор, пока плоскость треугольника не станет параллельной плоскости V.

На комплексном чертеже (рис. *б*) ось вращения, перпендикулярная к плоскости H, проведена через вершину треугольника A. Вращаются одновременно две вершины треугольника -B и C. После поворота новая горизонтальная проекция треугольника $a_1б_1c_1$ должна быть параллельна оси x. Фронтальные проекции - точки $б_1{}^1$ и $c_1{}^1$ вершин B и C после поворота находят, проводя вертикальные линии связи из точек $б_1$ и c_1. Соединив точки a^1, $б_1{}^1$ и $c_1{}^1$, получим на плоскости V натуральную величину треугольника ABC.

Тема 2.1. Пересечение геометрических тел плоскостями и прямыми линиями
Пересечение многогранников плоскостью
Сечение призмы плоскостью

Фигура сечения прямой пятиугольной призмы фронтально-проецирующей плоскостью Р представляет собой плоский пятиугольник 1 2 3 4 5.

Для построения проекций фигуры сечения находят проекции точек пересечения плоскости Р с ребрами призмы и соединяют их прямыми линиями. Фронтальные проекции этих точек получаются при пересечении фронтальных проекций ребер призмы с фронтальным следом Pv секущей плоскости Р (точки Г — 5').

Горизонтальные проекции точек пересечения 1—5 совпадают с горизонтальными проекциями ребер. Имея две проекции этих точек, с помощью линий связи находят профильные проекции 1"—5". Полученные точки 1"—5" соединяют прямыми линиями и получают профильную проекцию фигуры сечения.

Действительный вид фигуры сечения можно определить любым из способов: вращения, перемены плоскостей проекций.

В данном примере (рис. 27, а) применен способ перемены плоскостей проекций. Горизонтальная плоскость проекций заменена новой Нр причем ось х, (для упрощения построений) совпадает с фронтальным следом плоскости Р.

Для нахождения новой горизонтальной проекции какой-либо точки фигуры сечения (например, точки 1) необходимо выполнить следующие построения. Из точки Г восставляют перпендикуляр к новой оси х1 и откладывают на нем расстояние от прежней оси х до прежней горизонтальной проекции точки 1, т. е. отрезок п. В результате получают точку 10. Так же находят и новые горизонтальные проекции точек 2—5. Соединив прямыми линиями новые горизонтальные проекции lg—50, получают действительный вид фигуры сечения.

Разверткой называется плоская фигура, полученная при совмещении поверхности геометрического тела с одной плоскостью (без наложения граней или иных элементов поверхности друг на друга).

Развертку боковой поверхности (рис. 27, б) с основанием и фигурой сечения призмы строят следующим образом. Проводят прямую, на которой откладывают пять отрезков, равных длинам сторон пятиугольника, лежащего в основании призмы. Из полученных точек проводят перпендикуляры, на которых откладывают действительные длины ребер усеченной призмы, беря их с фронтальной или профильной проекции (рис. 27, а), получают развертку боковой поверхности призмы.

К развертке боковой поверхности пристраивают фигуру нижнего основания — пятиугольник и фигуру сечения. При этом используют метод координат, известный из геометрического черчения. Линии сгиба по ГОСТ 2.303—68 показывают на развертке штрихпунктирной линией с двумя точками.

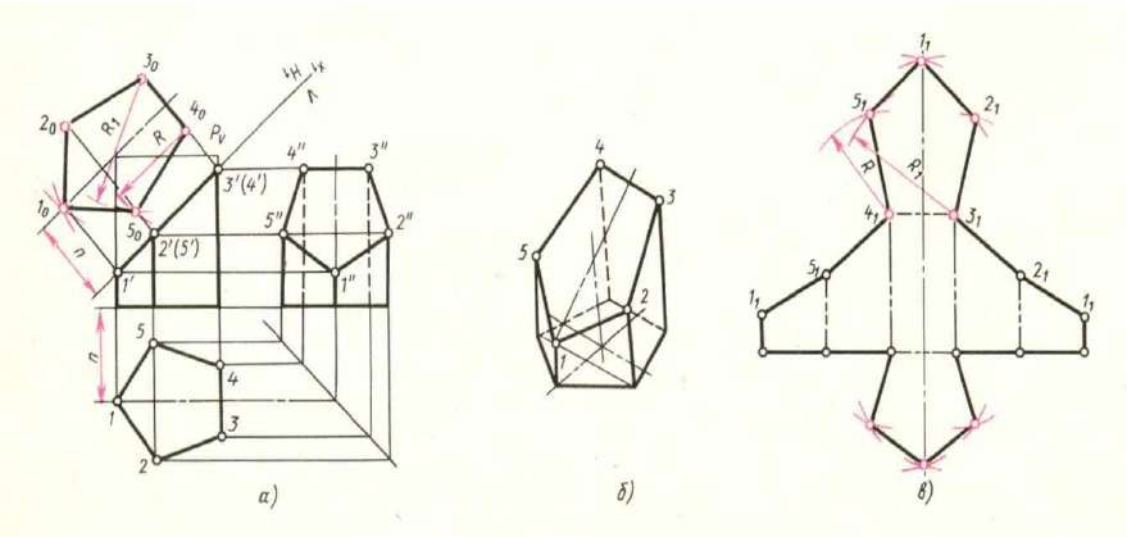


Рис.27

Для наглядности выполним построение усеченного тела в аксонометрической проекции. На рис. 27, в построена изометрическая проекция усеченной призмы. Порядок построения изометрической проекции следующий. Строят изометрическую проекцию основания призмы; проводят в вертикальном направлении линии ребер, на которых от основания откладывают их действительные длины, взятые с фронтальной или профильной проекции призмы. Полученные точки Г—5' соединяют прямыми линиями.

Сечение пирамиды плоскостью

Правильная шестиугольная пирамида, пересеченная фронтально-проецирующей плоскостью Р, показана на рис. 29.

Как и в предыдущих примерах, фронтальная проекция сечения совпадает с фронтальным следом Pv плоскости (рис. 29, а). Горизонтальную и профильную проекции фигуры сечения строят по точкам, которые являются точками пересечения плоскости Р с ребрами пирамиды. Действительный вид фигуры сечения в этом примере найдем способом совмещения (плоскость Р вместе с фигурой сечения совмещена с горизонтальной плоскостью проекций).

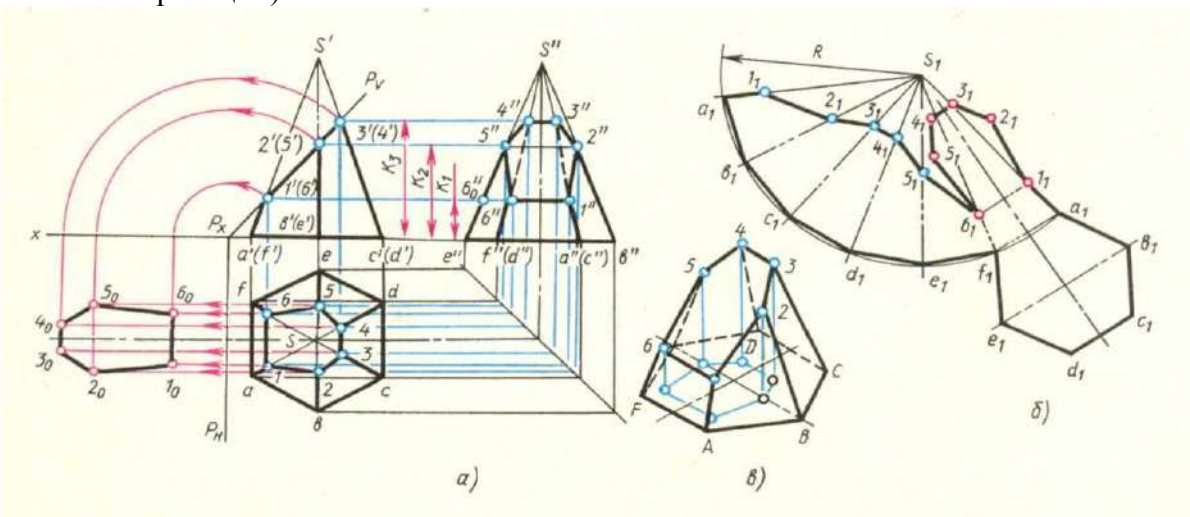


Рис.29

Развертка боковой поверхности усеченной пирамиды с фигурой сечения и фигурой основания приведена на рис. 29, б.

Сначала строят развертку не усеченной пирамиды, все грани которой, имеющие форму треугольника, одинаковы. На плоскости намечают точку Sj (вершину пирамиды) и

из нее, как из центра, проводят дугу окружности радиусом R, равным действительной длине бокового ребра пирамиды. Действительную длину ребра можно определить по профильной проекции пирамиды, например отрезки s"e" или s"b"+ так как эти ребра параллельны плоскости W и изображаются на ней действительной длиной. Далее по дуге окружности от любой точки, например av откладывают шесть одинаковых отрезков, равных действительной длине стороны шестиугольника — основания пирамиды. Действительную длину стороны основания пирамиды получаем на горизонтальной проекции (отрезок ab). Точки я,—/7 соединяют прямыми с вершиной sv Затем от вершины а, на этих прямых откладывают действительные длины отрезков ребер до секущей плоскости.

На профильной проекции усеченной пирамиды имеются действительные длины только двух отрезков — s"5" и s"2". Действительные длины остальных отрезков определяют способом вращения их вокруг оси, перпендикулярной к плоскости Н и проходящей через вершину s. Например, повернув отрезок s"6" около оси до положения, параллельного плоскости W, получим на этой плоскости его действительную длину. Для этого достаточно через точку 6" провести горизонтальную прямую до пересечения с действительной длиной ребра SE (или SB). Отрезок s"6'0' представляет собой действительную длину отрезка S6 (см. рис. 29).

Полученные точки 1р 2Р 31 и т. д. соединяют прямыми и пристраивают фигуры основания и сечения, пользуясь методом триангуляции. Линии сгиба на развертке проводят штрихпунктирной линией с двумя точками.

Построение изометрической проекции усеченной пирамиды начинают с построения изометрической проекции основания пирамиды по размерам, взятым с горизонтальной проекции комплексного чертежа. Затем на плоскости основания по координатам точек 1—6 строят горизонтальную проекцию сечения (см. тонкие синие линии на рис. 29, в). Из вершины полученного шестиугольника проводят вертикальные прямые, на которых откладывают координаты, взятые с фронтальной или профильной проекций призмы, например, отрезки Kj, К2, К3 и т. д. Полученные точки 1—6 соединяем, получаем фигуру сечения. Соединив точки 1— 6 с вершинами шестиугольника, основания пирамиды, получим изометрическую проекцию усеченной пирамиды. Невидимые ребра изображают штриховыми линиями.

Пересечение многогранников прямой

Решение задачи о пересечении прямой с поверхностью многогранника осуществляется по методике, аналогичной методике решения задачи о пересечении прямой с плоскостью. Через прямую проводят вспомогательную плоскость частного положения, строят сечение многогранника вспомогательной плоскостью и находят общие точки прямой и построенного сечения. Полученные точки являются точками встречи прямой с поверхностью многогранника (точки входа и выхода). Таким образом, задача сводится к решению задачи о построении сечения многогранника плоскостью частного положения, которая рассмотрена выше.

Пересечение тел вращения плоскостью
Сечение цилиндра плоскостью

Построение сечения прямого кругового цилиндра аналогично построению сечения призмы, так как прямой круговой цилиндр можно рассматривать как прямую призму с бесчисленным количеством ребер — образующих цилиндра.

Выполнение чертежа начинают с построения трех проекций прямого кругового цилиндра. На поверхности цилиндра проводят несколько равномерно расположенных образующих, в данном примере двенадцать. Для этого горизонтальную проекцию

основания делят на 12 равных частей. С помощью линий связи проводят фронтальные проекции образующих цилиндра (рис. 28, а).

Из комплексного чертежа видно, что плоскость Р пересекает не только боковую поверхность, но и верхнее основание цилиндра. Как известно, плоскость, расположенная под углом к оси цилиндра, пересекает его по эллипсу. Следовательно, фигура сечения в данном случае представляет собой часть эллипса (рис. 28, в).

Фронтальная проекция фигуры сечения совпадает с фронтальным следом Pv плоскости Р. Горизонтальная проекция этой фигуры совпадает с горизонтальной проекцией основания цилиндра.

Профильная проекция фигуры сечения представляет собой проекцию части эллипса и может быть построена по нескольким точкам, которые строятся с помощью линий связи по горизонтальной и фронтальной проекциям фигуры сечения. Полученные таким образом профильные проекции точек фигуры сечения соединяют кривой по лекалу.

Действительный вид фигуры сечения получен на рис. 28, а способом перемены плоскостей проекций. Горизонтальная плоскость проекций заменена новой. Новая ось проекций x1 может быть проведена параллельно следу Pv на произвольном расстоянии, но для упрощения построений она выполнена совпадающей с Ру (аналогично рис. 27). От оси xt откладывают отрезки 5'50=55x, 4'40=44x, т. е. отрезки «г, и и т. д., так как расстояние от новой проекции этой точки до новой оси проекций равно расстоянию от прежней проекции этой точки до прежней оси проекций. Развертка боковой поверхности усеченного цилиндра с основанием и фигурой сечения показана на рис. 28, б.

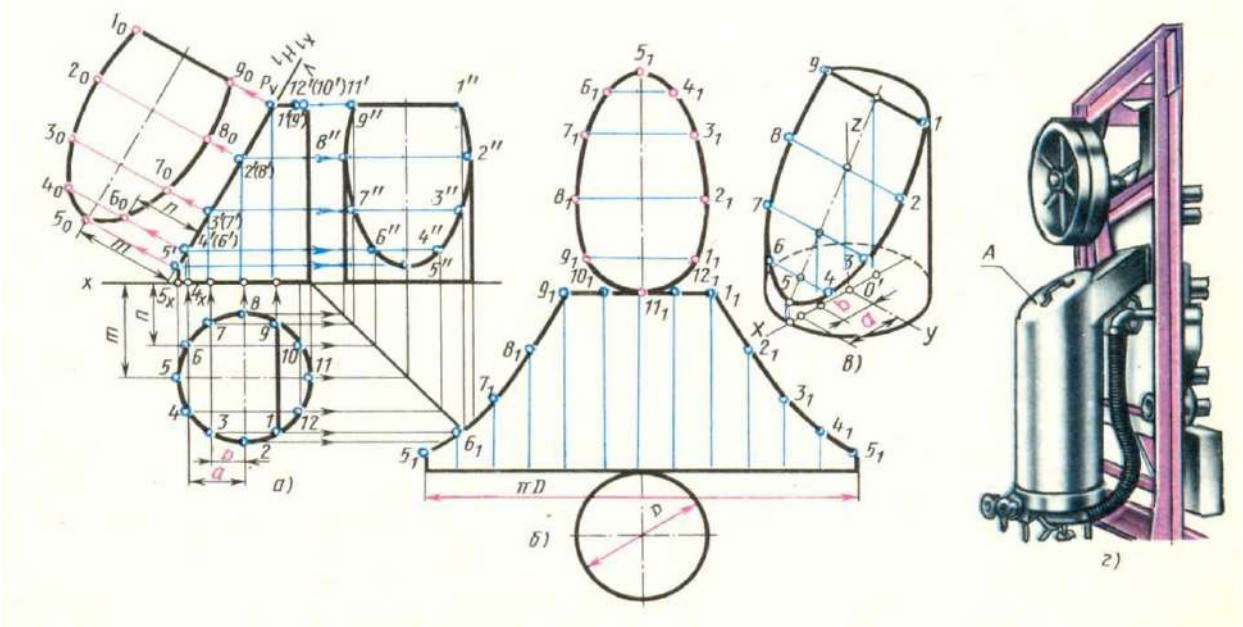


Рис.28

Для построения развертки на горизонтальной прямой откладывают длину окружности основания, равную nd, и делят ее на 12 равных частей. Из точек деления восставляют перпендикуляры к отрезку nd, на них откладывают действительные длины образующих цилиндра от основания до секущей плоскости Р, которые взяты с фронтальной или профильной проекции цилиндра. Полученные точки 11---91 соединяют по лекалу плавной кривой. Затем фигуру сечения соединяют с частью верхнего основания цилиндра, ограниченного хордой lflj (сегмент), а фигуру нижнего основания цилиндра (окружность) соединяют с нижней частью развертки.

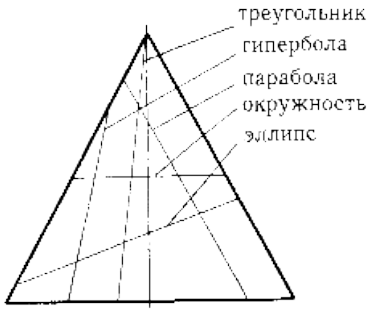
Изометрическую проекцию усеченного цилиндра строят следующим образом (рис. 28, в). Сначала строят изометрию нижнего основания (овал) и части верхнего основания — сегмента (часть овала). На диаметре окружности нижнего основания от центра О' откладывают отрезки а, Ъ и т. д., взятые с горизонтальной проекции основания. Затем из

намеченных точек проводят прямые, параллельные оси цилиндра до пересечения с осью эллипса.

Через полученные точки проводят прямые, параллельные оси у, и на них откладывают отрезки, взятые с действительного вида сечения. Полученные точки соединяют по лекалу. Заканчивают построение проведением очерковых образующих, касательных к основаниям — овалам.

Сечение прямого кругового конуса плоскостью

В зависимости от расположения секущей плоскости Р по отношению к оси прямого кругового конуса получаются различные фигуры сечения, ограниченные кривыми линиями.



а) Сечение прямого кругового конуса фронтально-проецирующей плоскостью Р рассматривается на рис. 32. Основание конуса расположено на плоскости Н. Фигура сечения в данном случае будет ограничена эллипсом.

Фронтальная проекция фигуры сечения расположена на фронтальном следе плоскости Р (рис. 32, а).

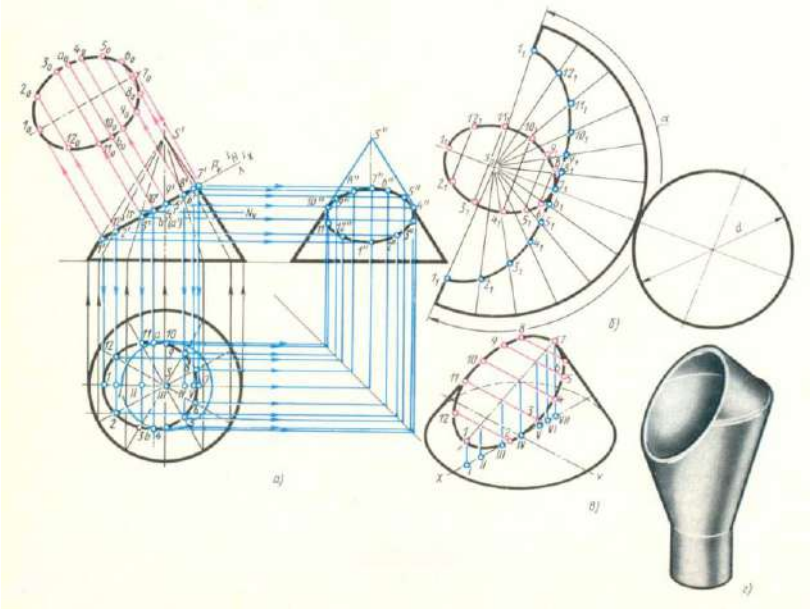


Рис.32

Для построения горизонтальной проекции контура фигуры сечения горизонтальную проекцию основания конуса (окружность) делят, например, на 12 равных частей. Через точки деления на горизонтальной и фронтальной проекциях проводят вспомогательные образующие. Сначала находят фронтальные проекции точек сечения Г—12', лежащих на плоскости Рг. Затем с помощью линий связи находят их горизонтальные проекции.

Например, горизонтальная проекция точки 2, расположенной на образующей s2, проецируется на горизонтальную проекцию этой же образующей в точку 2.

Найденные горизонтальные проекции точек контура сечения соединяют по лекалу. Действительный вид фигуры сечения в данном примере найден способом перемены плоскости проекций. Плоскость Н заменяется новой плоскостью проекции Н,.

На фронтальной плоскости проекции V фигура сечения — эллипс изображается в виде прямой Г7', совпадающей с фронтальной проекцией секущей плоскости Р. Эта прямая Г 7' является большой осью эллипса. Малая ось эллипса а'Ь' перпендикулярна к большой оси Г7' и проходит через ее середину. Чтобы найти малую ось сечения, через середину большой оси Г7' эллипса проводят горизонтальную плоскость N, которая рассечет конус по окружности, диаметр которой будет равняться малой оси эллипса (а0Ьд).

Чтобы получить новую горизонтальную проекцию какой-либо точки эллипса, например точки 2д, из точки 2' восставляют перпендикуляр и откладывают на нем отрезок, равный расстоянию от горизонтальной проекции точки 2 до оси х.

Дугу делят на 12 частей и полученные точки соединяют с вершиной sg. От вершины sg откладывают действительные длины отрезков образующих от вершины конуса до секущей плоскости Р.

Действительные длины этих отрезков находят, как и в примере с пирамидой, способом вращения около вертикальной оси, проходящей через вершину конуса. Так, например, чтобы получить действительную длину отрезка S2, надо из 2' провести горизонтальную прямую до пересечения в точке Ь' с контурной образующей конуса, являющейся действительной ее длиной.

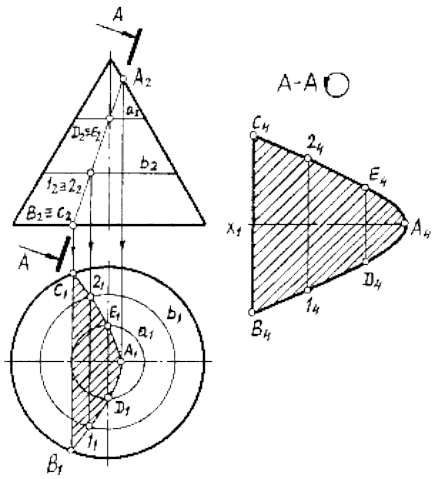
К развертке конической поверхности пристраивают фигуры сечения и основания конуса.

Построение изометрической проекции усеченного конуса (рис. 32, в) начинают с построения основания — эллипса. Изометрическую проекцию любой точки кривой сечения находят при помощи трех координат, как показано на рис. 32, в.

На оси х откладывают точки /—VII, взятые с горизонтальной проекции конуса. Из полученных точек проводят вертикальные прямые, на которых откладывают координаты z, взятые с фронтальной проекции. Через полученные на наклонной оси эллипса точки проводят прямые, параллельные оси у, и на них откладывают отрезки 6080, 4д100 и т. д., взятые на действительном виде сечения.

Найденные точки соединяют по лекалу. Крайние очерковые образующие проводят по касательной к контуру основания конуса и эллипса.

б) Сечение прямого кругового конуса плоскостью параллельной одной образующей конуса. Фигура сечения в данном случае будет ограничена параболой.



Лекция №5

Тема 2.2. Пересечение поверхностей геометрических тел

Взаимное пересечение многогранников

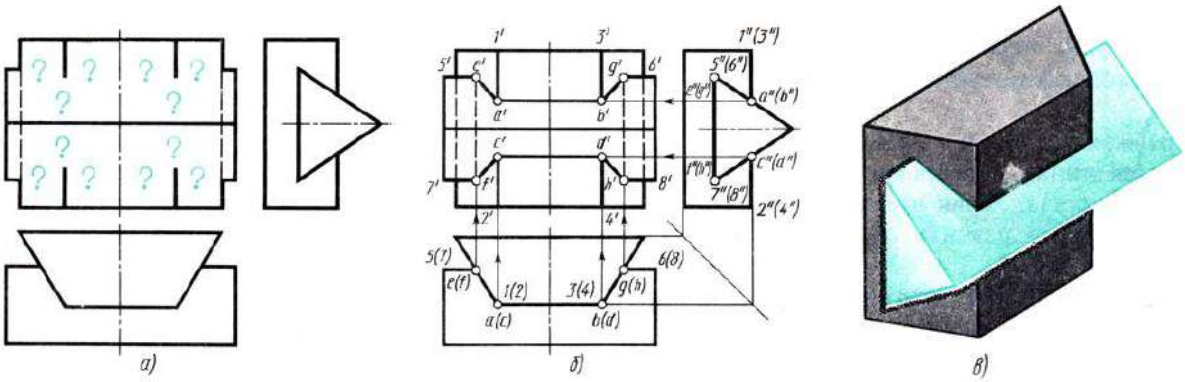
На рис. а приведены три изображения двух пересекающихся призм - четырехугольной и треугольной. Построение фронтальной проекции на рисунке не закончено; проекция линии пересечения на ней не показана. Требуется построить проекции линии пересечения на всех изображениях чертежа.

Рассматривая горизонтальную и профильную проекции, можно установить, что боковые грани вертикально расположенной призмы перпендикулярны горизонтальной плоскости проекций; проекция линии пересечения на эту плоскость совпадает с проекциями боковых граней, т. е. с отрезками прямых линий. Профильная проекция линии пересечения также совпадает с профильной проекцией треугольной призмы. Никаких дополнительных линий на этих проекциях не будет (рис.б). Следовательно, решение задачи сводится к построению фронтальной проекции линии пересечения. Для этого нужно найти точку пересечения ребер одной призмы с гранями другой.

При решении задачи сначала определяют ребра каждой из призм, которые не пересекают грани другой (эти ребра на рис. б не помечены цифрами). Затем, рассматривая профильную и горизонтальную проекции, видим, что ребра 1 - 2 и 3-4 пересекают наклонные грани треугольной призмы. Места пересечения-точки встречи ребер 1-2 и 3-4 с контуром профильной проекции треугольной призмы, т. е. a", b", c", d" видны на чертеже. Проекции невидимых точек заключены в скобки.

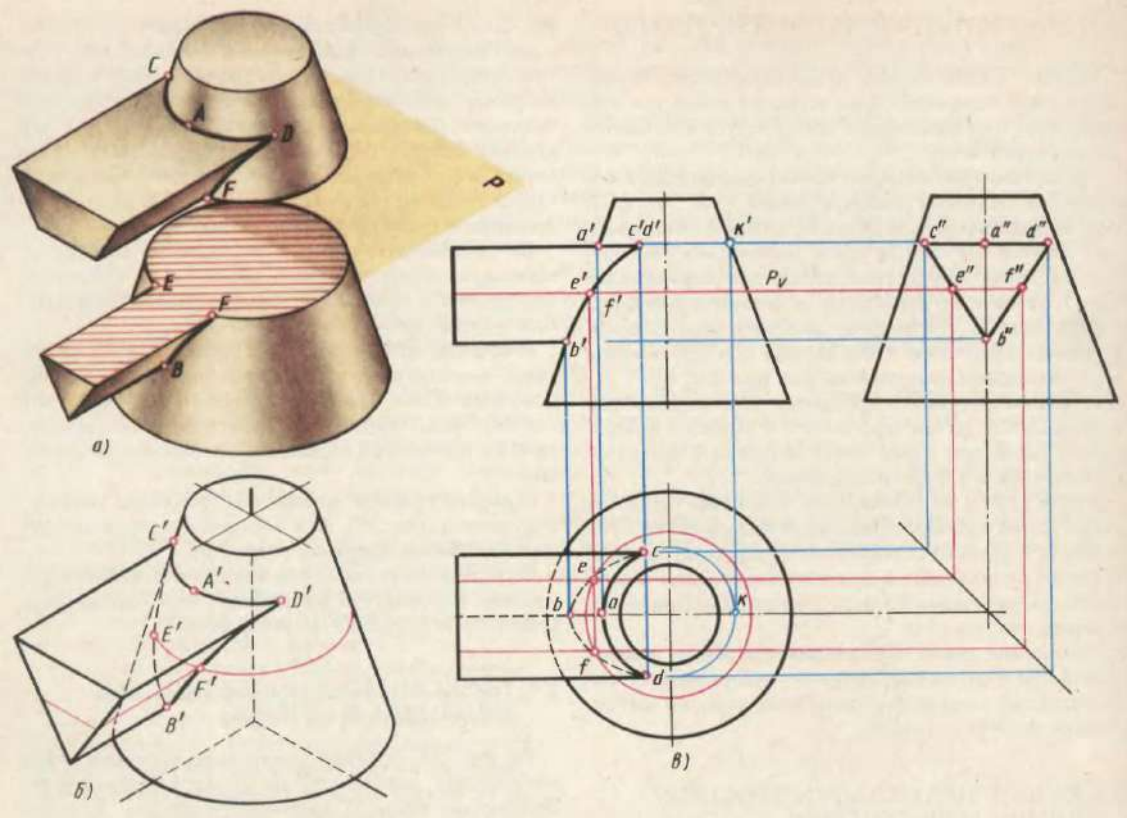
Горизонтальные проекции a, b, c, d точек A, B, C, D расположены на горизонтальных проекциях ребер 1-2 и 3-4. Проекции ребер изображаются в виде точек. Фронтальные проекции - точки a' b', c', a' определяют при помощи линий связи. Далее устанавливают, что ребра 5-6 и 7-8 треугольной призмы пересекают грани четырехугольной. Горизонтальные проекции точек пересечения e, f, g, h видны на чертеже. Фронтальные проекции точек E, F, G, H находят, проводя линии связи к проекциям соответствующих ребер. Чтобы получить линию пересечения, нужно соединить полученные точки прямыми линиями. Соединяют те точки, которые находятся на одних и тех же гранях каждой призмы. Затем нужно последовательно соединить точки a', b', g', h', d', c',f', e'. Отрезки e'f' и g'h' - линии пересечения на фронтальной проекции - невидимы, так как закрыты наклонными гранями треугольной призмы, поэтому их обводят штриховой линией.

Наглядное изображение пересекающихся призм дано на рис. в.



Пересечение поверхностей цилиндра и призмы

Метод построения линий пересечения поверхностей тел заключается в проведении вспомогательных секущих плоскостей и нахождении отдельных точек линий пересечения данных поверхностей в этих плоскостях.



Построение линий пересечения поверхностей тел начинают с нахождения очевидных точек. Например, на рис. *б*, где изображены линии пересечения призмы с конусом, такими точками являются точки *A* и *B*. Затем определяют характерные точки, расположенные, например, на очерковых образующих поверхностей вращения (цилиндрической, конической и др.) или крайних ребрах, отделяющих видимую часть линий перехода от невидимой. На рис. это точки *C* и *D*. Они располагаются на крайних ребрах верхней горизонтальной грани призмы.

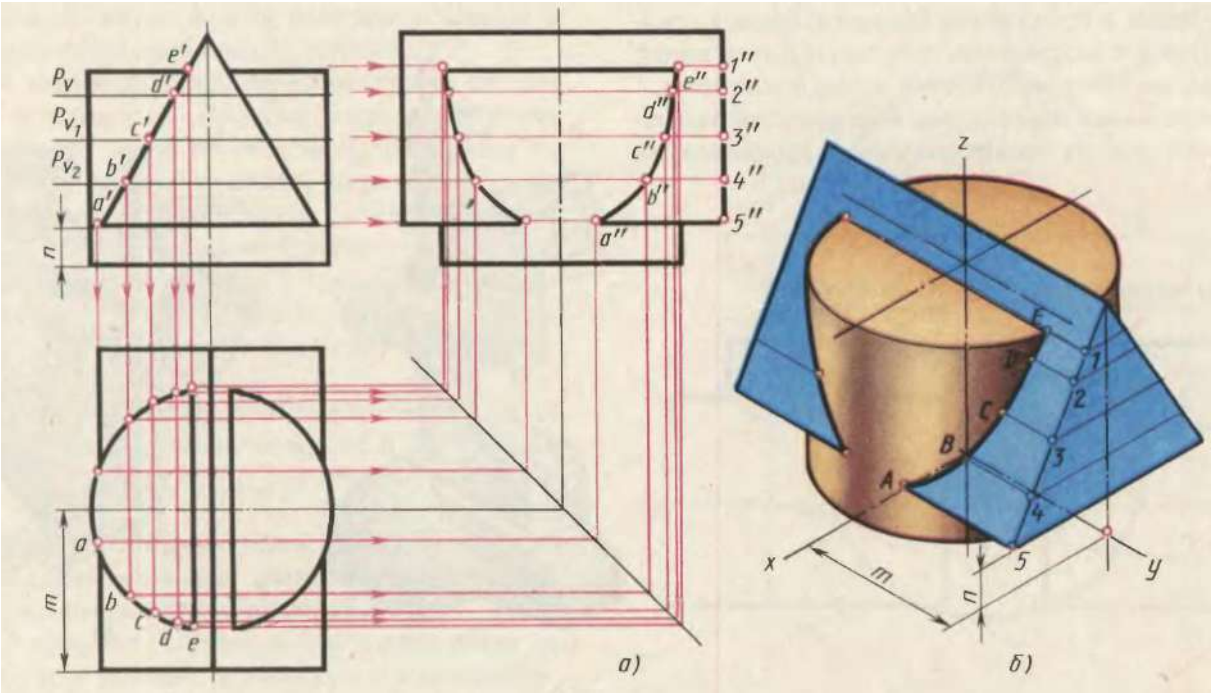
Все остальные точки линии пересечения называются промежуточными (например, точки *E* и *F*). Обычно их определяют с помощью вспомогательных параллельных секущих плоскостей (рис. *а*).

В качестве вспомогательных плоскостей выбирают такие плоскости, которые пересекают обе заданные поверхности по простым линиям - прямым или окружностям, причем окружности должны располагаться в плоскостях, параллельных плоскостям проекций.

В данном примере плоскость *P* рассекает конус по окружности (рис. *в*), с помощью которой находят горизонтальные проекции точек *e* и *f*.

Во всех случаях перед тем как строить линию пересечения поверхностей на чертеже, необходимо представить себе эту линию в пространстве.

На рис. показано построение проекции линий пересечения поверхности треугольной призмы с поверхностью прямого кругового цилиндра.



Боковые грани призмы перпендикулярны плоскости *V* (рис. *а*), поэтому фронтальная проекция линий пересечения поверхностей этих тел совпадает с фронтальной проекций основания призмы. Горизонтальные проекции линий пересечения поверхностей совпадают с горизонтальной проекцией цилиндра и являются окружностью. Профильные проекции точек *A* и *E* находим по горизонтальным и фронтальным проекциям при помощи линий связи. Для построения проекций промежуточных точек *B, C, D* используем вспомогательные секущие плоскости P_V, $P_{V\,1}$, P_{V2}, с помощью которых находим фронтальные проекции b^1, $c,^1$ d^1 точек *B, C, D.*

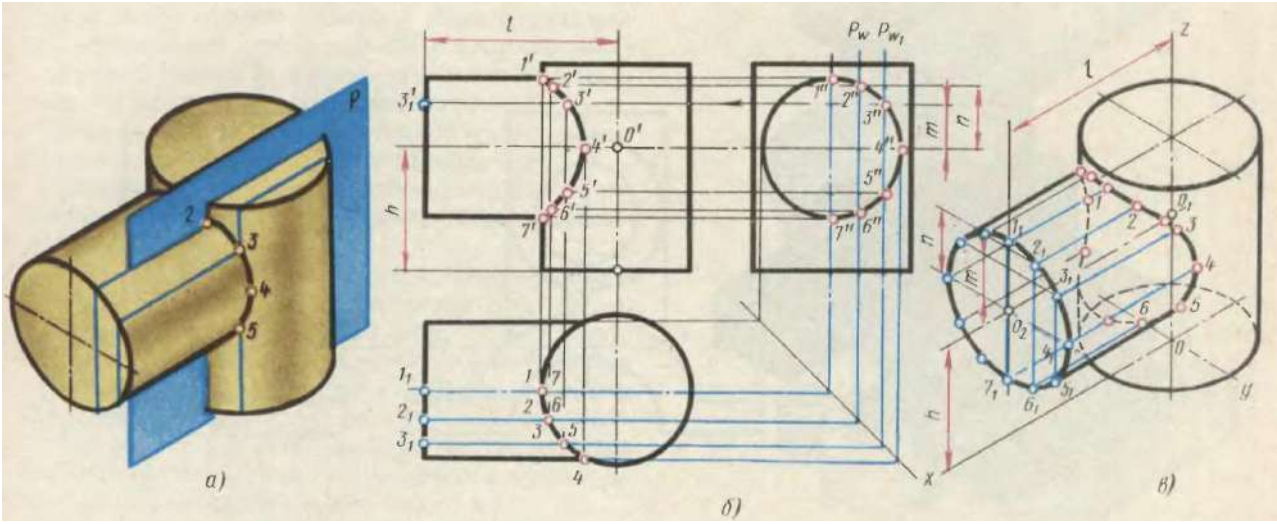
Опуская линии связи на горизонтальную проекцию, находим горизонтальные проекции *c, b, d* точек *C, B, D*. На профильной проекции с помощью линий связи находим проекции b^{11}, c^{11}, d^{11}.

На рис. б показано построение изометрической проекции. После построения изометрической проекции цилиндра, используя размеры *m* и *n* (рис. *а*), строят изометрическую проекцию основания призмы, на которой находят точки *1, 2, 3,4,5*. От этих точек откладывают расстояния 1^{11} e^{11}, $2^{11}d^{11}$ и т.д., взятые с профильной проекции комплексного чертежа, и находят точки *A, B, C, D, E.*

На изометрической проекции линия пересечения поверхностей цилиндра и призмы получается соединением точек *A, B, C, D, E,* которые строятся по координатам, взятым с комплексного чертежа.

Пересечение цилиндрических поверхностей

Разберем пример построения линии пересечения поверхностей двух прямых круговых цилиндров, оси которых перендикулярны к плоскостям проекций (рис. *а*)



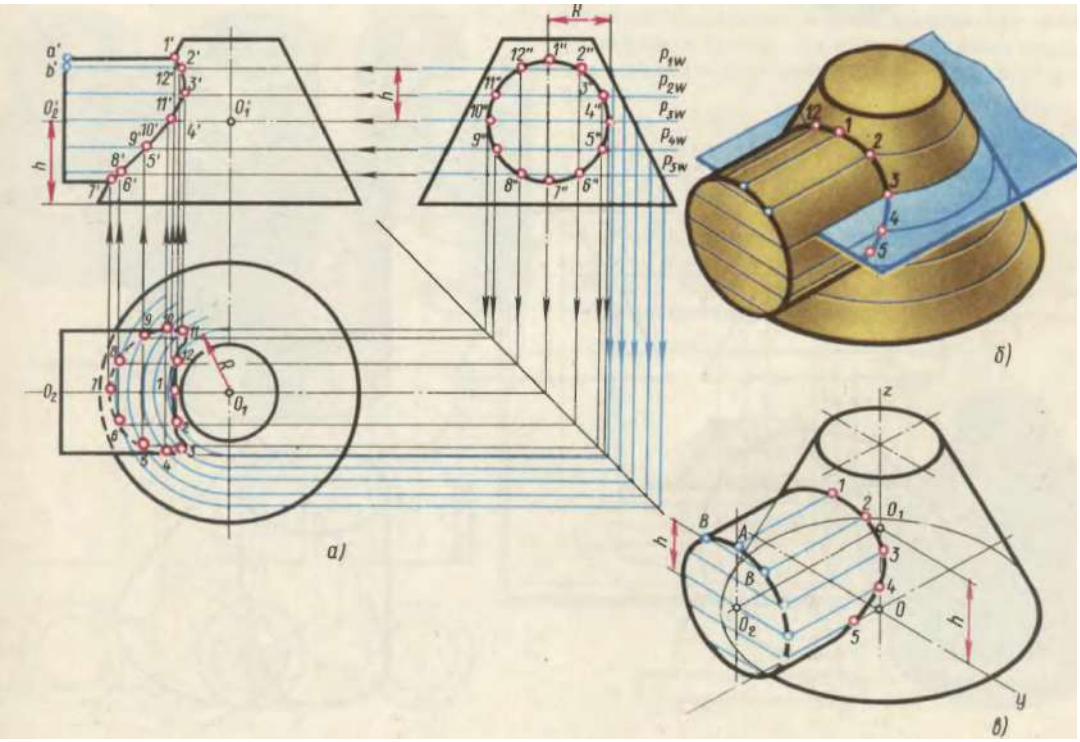
В начале построения находят проекции очевидных точек *1,7,4.*

Построение проекций промежуточных точек показано на рис. *б.* Здесь дан способ построения линий пересечения с помощью вспомогательных взаимно параллельных плоскостей, пересекающих обе цилиндрические поверхности по образующим, на пересечении этих образующих получили точки *1,2,3,5,6,7*. Переносим их с помощью линий связи с горизонтальной проекции на профильную, а потом с помощью линий связи с горизонтальной и профильной проекций - на фронтальную.

Построение изометрической проекции пересекающихся цилиндров начинают с построения изометрической проекции вертикального цилиндра. Далее через точку a_1 параллельно оси *x* проводят ось горизонтального цилиндра. Положение точки O_1 определяется величиной *h*, взятой с комплексного чертежа. Отрезок, равный *h*,откладывают от точки *O* вверх по оси z (рис. *в*). Откладывая от точки O_1 по оси горизонтального цилиндра отрезок *l*, получим точку O_2 - центр основания горизонтального цилиндра. Изометрическая проекция линии пересечения поверхностей строится по точкам при помощи трех координат.

Пересечение поверхностей цилиндра и конуса

Построения линии пересечения поверхностей прямого кругового усеченного конуса, имеющего вертикальную ось, с цилиндром, расположенным горизонтально, показано на рис.



Оси цилиндра и конуса пересекаются в точке O_1 и лежат в одной плоскости. Сначала определяют проекции очевидных *1,7* и характерных *4,10* точек линии пересечения, а потом с помощью вспомогательных плоскостей и линий связи находят остальные точки.

Построение линий пересечения поверхностей способом вспомогательных сфер

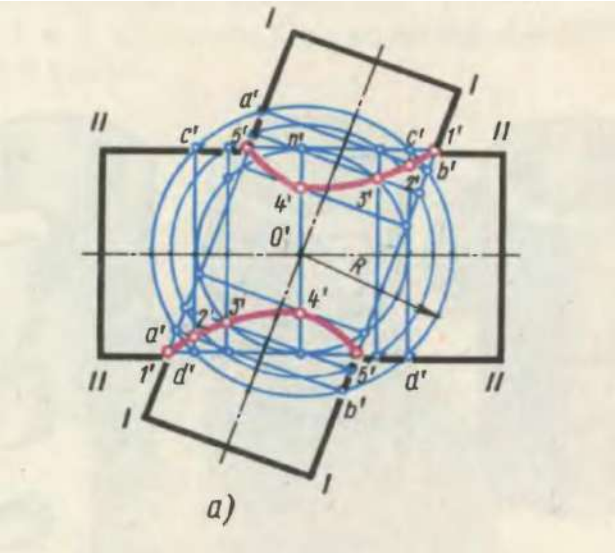
Для построения линии пересечения поверхностей вместо вспомогательных секущих плоскостей при определенных условиях удобно применять вспомогательные сферические поверхности.

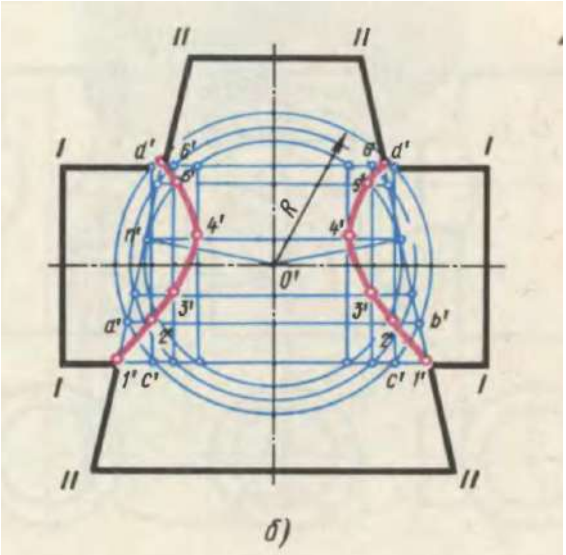
Вспомогательные сферические поверхности для построения линий пересечения поверхностей тел можно применять лишь при следующих условиях:

a) пересекающиеся поверхности должны быть поверхностями вращения;

b) оси поверхностей вращения должны пересекаться; точка пересечения осей является центром вспомогательных сфер;

c) оси поверхностей вращения должны быть параллельны какой либо плоскости проекций.





На рис. *а* дано построение фронтальных проекций линии пересечения поверхностей двух цилиндров, оси которых пересекаются под острым углом. Вспомогательные сферические поверхности проводят их точки O^1 пересечения осей цилиндров.

Построим, например, фронтальную проекцию некоторой промежуточной точки линии пересечения. Для этого из точки O^1 проводят сферическую поверхность радиуса *R*, которая на данной проекции изобразится в виде окружности этого же радиуса. Окружность радиуса *R* пересечет горизонтальный цилиндр по окружностям диаметра *CD*, а наклонно расположенный цилиндр - по окружностям диаметра *AB*.

В пересечении полученных проекций окрухностей - отрезков a^1b^1 и c^1d^1 - находят проекцию 2^1 промежуточной точки линии пересечения.

Вводя еще целый ряд спомогательных сферических поверхностей, можно построить необходимое число точек линии пересечения.

Список используемой литературы

1. Арустамов, Х.А. Сборник задач по начертательной геометрии/ Х.А.Арустамов. - М.: Высшая школа, 2007. - 444с
2. Балягин, С.Н. Черчение/С.Н.Балягин. - М.: АСТ Астрель, 2002. - С61 - 168
3. Бубенников, А.В. Начертательная геометрия/ А.В.Бубенников. - М.: Высшая школа, 2015. - 173с
4. Виноградов, В.Н. Начертательная геометрия/ В.Н.Виноградов. - М.: Просвещение, 2014. - 206с
5. Вышнепольский, И.С. Черчение для техникумов/ И.С.Виноградов. - М.: Астрель, 2015. - 385с
6. Гордон, В.О. Курс начертательной геометрии/ В.О.Гордон. - М.: Высшая школа, 2004. - 374с
7. Гордон, В.О. Сборник задач по курсу начертательной геометрии/ В.О.Гордон. - М.: Высшая школа, 2004. - 328с
8. Локтев, О.В. Краткий курс начертательной геометрии/ О.В.Локтев. - М.: Высшая школа, 2015. - 135с
9. Локтев, О.В. Задачник по начертательной геометрии/ О.В.Локтев. - М.: Высшая школа, 2007. - 102с